

МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА
НАЦИОНАЛНА КОМИСИЯ ЗА ОРГАНИЗИРАНЕ НА ОЛИМПИАДАТА ПО АСТРОНОМИЯ
XXIX НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО АСТРОНОМИЯ

Областен кръг, 22 февруари 2026 г.
Възрастова група 9-10 клас

Решения

Задача 1. Звездна астрофизика. Светимостта на една звезда представлява енергията, която тя излъчва за единица време, във всички посоки, в целия електромагнитен спектър. Ако звездата има радиус R и температура (измервана по скалата на Келвин) T , нейната светимост се пресмята по формулата:

$$L = 4\pi R^2 \sigma T^4$$

Радиусът на Слънцето е 696 000 km, а температурата му е 5770 K.

А) Пресметнете светимостта на Слънцето във ватове. [3т.]

Б) Пресметнете светимостта на звездата Бетелгейзе, ако знаете, че нейният радиус е 3,2 au, температурата на повърхността ѝ е 3700 K. Изразете светимостта ѝ в единици слънчеви светимости. [4т.]

Известно е, че налягането в център на звезда с маса M и радиус R може да се изрази с формулата:

$$P = k \frac{GM^2}{R^4}$$

Където G е гравитационната константа, а k – безразмерен коефициент.

В) Оценете по порядък колко е налягането в центъра на Слънцето, ако $k \approx 1$. [5т.]

Справочни данни:

Гравитационна константа: $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ s}^{-2} \text{ kg}^{-1}$

Константа на Стефан-Болцман: $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-4}$

Астрономическа единица: $1 \text{ au} = 149,6 \cdot 10^6 \text{ km}$

Маса на Слънцето: $2 \cdot 10^{30} \text{ kg}$

Решение:

А) Нека с R_S , T_S и L_S да означим радиуса, температура и светимостта на Слънцето. Съгласно дадената в условието формула:

$$L_S = 4\pi R_S^2 \sigma T_S^4 \approx 3,8 \cdot 10^{26} \text{ W}$$

Б) Означаваме с R_B , T_B и L_B да означим радиуса, температура и светимостта на Бетелгейзе. Светимостта ѝ е:

$$L_B = 4\pi R_B^2 \sigma T_B^4 \approx 3,00 \cdot 10^{31} \text{ W}$$

Разделяйки светимостта на Бетелгейзе на тази на Слънцето, получаваме:

$$\frac{L_B}{L_S} \approx 80\,000$$

В) Съгласно дадената в условието формула налягането в центъра на Слънцето е:

$$P = k \frac{GM_S^2}{R_S^4} \approx 1,14 \cdot 10^{15} \text{ Pa}$$

Можем да кажем, че налягането е от порядъка на 10^{15} Pa. Това не е реалното налягане в центъра на Слънцето, тъй като стойността на k за Слънцето всъщност е ~ 20 .

Критерии за оценяване (общо 12 т.):

А) 3т.

- За правилен израз за търсената светимост: 1т

- За правилна числена стойност: 2т

Б) 4т.

- За правилен израз и вярна числена стойност за светимостта на Бетелгейзе: 2т.

- За правилна числена стойност на търсеното съотношение: 2т.

В) 5т.

- За правилен израз за търсеното налягане: 1т.

- За правилна числена стойност: 4т.

Задача 2. Пътешествие до Марс. Вие планирате пилотирана мисия до Марс и сте отговорни за нейния успех и безопасността на екипажа.

Приемаме, че Земята и Марс се движат по кръгови орбити около Слънцето с радиуси съответно 1 au и 1,52 au (астрономически единици). Космическият кораб стартира от Земята и се движи по половината от елиптична орбита с перихелий върху земната орбита и афелий върху марсианската орбита.

А) Пресметнете орбиталния период на Марс и времето, за което космическият кораб ще достигне от Земята до Марс. [4т.]

Б) Начертайте в подходящ мащаб схема със Слънцето и орбитите на Земята и Марс. Отбележете с T_1 началното положение на Земята при старта на кораба. След това нанесете положението M_2 на Марс при пристигането на кораба до тази планета, както и положението T_2 на Земята в същия този момент. Определете положението M_1 , в което трябва да е бил Марс в момента на тръгването на кораба от Земята. [6т.]

В) Скоро след пристигането си на Марс, кога космонавтите ще могат да наблюдават Земята в небето – около началото, средата или края на марсианската нощ? Обяснете своя отговор. Марс се върти около своята ос в същата посока, в която се движи и по орбитата си около Слънцето. [2т.]

Упътване: За положителни числа a важи $\sqrt[y]{a^x} = a^{x/y}$.

Справочни данни:Гравитационна константа: $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3\text{s}^{-2}\text{kg}^{-1}$ Маса на Слънцето: $2 \cdot 10^{30} \text{ kg}$ **Решение:**

А) Означаваме с T_T и T_M орбиталните периоди на Земята и Марс, а с r_T и r_M радиусите на орбитите на Земята и Марс. Използваме III закон на Кеплер:

$$\frac{r_M^3}{T_M^2} = \frac{r_T^3}{T_T^2}$$
$$T_M = T_T \sqrt{\frac{r_M^3}{r_T^3}} \approx 684,47 \text{ дни}$$

Голямата полуос на орбитата на космическия кораб ще бъде:

$$a = \frac{r_T + r_M}{2} = 1,26 \text{ au}$$

Нека пълният период на движение по елипсата с голяма полуос a да бъде T . Отново чрез III закон на Кеплер намираме:

$$\frac{a^3}{T^2} = \frac{r_T^3}{T_T^2}$$
$$T = T_T \sqrt{\frac{a^3}{r_T^3}} \approx 516,59 \text{ дни}$$

Времето, за което космическият кораб ще измине половината от своята елиптична орбита и ще стигне до Марс, ще бъде:

$$t = \frac{T}{2} \approx 258,3 \text{ дни}$$

Б) Означаваме с S Слънцето и начертаваме кръговите орбити на Земята и Марс с радиуси в съотношение $1 : 1,52$. Отбелязваме с T_1 началното положение на Земята.

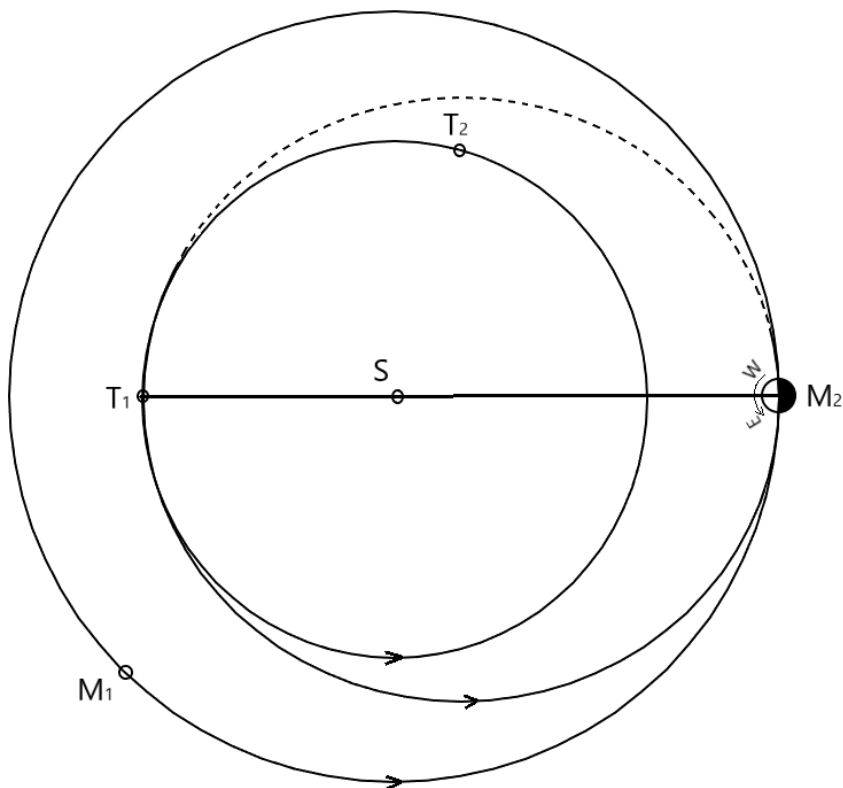
Щом космическият кораб описва половин елипса с перихелий в точка T_1 и афелий на марсианската орбита, то той ще пристигне в точка M_2 , където трябва да е Марс и тази точка ще лежи на другия край на голямата ос на елиптичната траектория на кораба. За времето на пътешествието Земята ще опише ъгъл:

$$\alpha = \frac{258,3 \text{ дни}}{365,25 \text{ дни}} \cdot 360^\circ \approx 255^\circ$$

Отмерваме този ъгъл от началното положение на Земята и нанасяме точка T_2 , където тя ще бъде при пристигането на кораба на Марс.

От момента на тръгването на кораба от Земята до пристигането му на Марс, планетата Марс трябва да е изминала по своята орбита ъгъл:

$$\beta = \frac{258,3 \text{ дни}}{684,47 \text{ дни}} \cdot 360^\circ \approx 136^\circ$$



Отмерваме този ъгъл от точка M_2 в посока обратна на орбиталното движение на Марс и нанасяме точката M_1 , където той трябва да е бил при стартирането на кораба от Земята.

В) За марсианския наблюдател Земята е вътрешна планета и около средата на нощта тя по принцип е под хоризонта. На схемата е отбелязана нощната и дневната страна на Марс. Марс се върти около оста си в същата посока, в която обикаля около Слънцето. Ако там въведем посоките изток и запад също както на Земята, то околоосното въртене на Марс ще бъде от запад на изток и следователно в небето на марсианския наблюдател Земята в точка T_2 ще е отклонена леко на запад от Слънцето. Рано сутрин, преди изгрева на Слънцето тя ще изгрыва, а известно време след нея ще изгрыва и Слънцето. Така стигаме до извода, че Земята ще се вижда в края на нощта.

Критерии за оценяване (общо 12 т.):

А) 4 т.

За пресмятане на орбиталния период на Марс: 2 т.

За определяне на времето за пътуване на кораба: 2 т.

Б) 6 т.

За начертаване на планетните орбити в мащаб и отбелязване на началното положение на Земята T_1 и положението на Марс при пристигането на кораба M_2 : 2 т.

За определяне и нанасяне на положението на Земята T_2 : 2 т.

За определяне и нанасяне на началното положение на Марс M_1 : 2 т.

В) За правилен отговор кога ще се вижда Земята и обяснение: 2 т.

Задача 3. Екзопланета. Около звезда от Главната последователност с радиус $R = 700\,000\text{ km}$ е открита екзопланета, като зрителният лъч на земния наблюдател лежи точно в нейната орбитална равнина. Планетата се движи около звездата по кръгова орбита с радиус $0,35\text{ au}$. Радиусът на планетата е $40\,000\text{ km}$.

А) Начертайте максимално точно кривата на блясъка на звездата при преминаване (пасаж на планетата пред нея и наблюдение от Земята. [4т.]

Б) Ако масата на планетата е 10 пъти по-голяма от масата на Земята, какво може да се каже за нейният състав и строеж? [2т.]

В) Намерете разликата Δv между лъчевите скорости, които звездата има спрямо земния наблюдател в началото и в края на пасажа на планетата пред диска ѝ. [6т.]

Справочни данни:

Гравитационна константа: $G = 6,67 \cdot 10^{-11}\text{ m}^3\text{s}^{-2}\text{kg}^{-1}$

Маса на Слънцето: $2 \cdot 10^{30}\text{ kg}$

Маса на Земята: $6 \cdot 10^{24}\text{ kg}$

Решение:

Нека въведем следните означения:

M – маса на звездата.

m – маса на екзопланетата

$a = 0,35\text{ au}$ – голяма полуос (радиус) на орбитата на екзопланетата

$r = 40\,000\text{ km}$ – радиус на екзопланетата

M_E – маса на Земята.

А) Нека първо да пресметнем промяната на звездната величина на звездата Δm вследствие от преминаването на екзопланетата пред нейния диск.

Осветеността, която звездата създава извън пасаж е E_0 и за нея може да се запише:

$$E_0 \propto R^2 T^4$$

Където T е температурата на звездата.

При пасаж планетата закрива част от диска, която има площ равна на площта на напречното сечение на планетата. Следователно, за осветеността, която звездата създава по време на пасаж, можем да запишем:

$$E_1 \propto (R^2 - r^2) T^4$$

От закона на Погсън:

$$\frac{E_0}{E_1} = 10^{0,4\Delta m}$$

Следователно:

$$\frac{R^2}{R^2 - r^2} = 10^{0,4\Delta m}$$

$$\Delta m = 2,5 \lg \left(\frac{R^2}{R^2 - r^2} \right) \approx 3,6 \cdot 10^{-3} \text{ mag}$$

За да построим кривата на блясък е необходимо да знаем интервалите от време между отделните контакти.

Виждаме, че звездата е от Главната последователност и има радиус, равен на този на Слънцето. Следователно, можем да направим извода, че това е слънцеподобна звезда и нейната маса е равна на M_{SUN} .

Скоростта с която планетата се движи около звездата е:

$$v = \sqrt{\frac{GM_{SUN}}{a}} \approx 50,5 \text{ km/s}$$

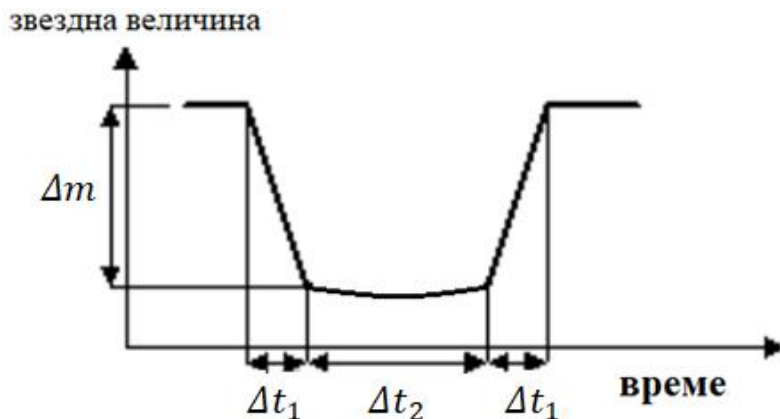
Интервалът от време за който планетата „навлиза“ пред диска на звездата (или времето от първи до втори контакт на пасажа) приблизително, но достатъчно точно може да се определи от следното равенство:

$$\Delta t_1 = \frac{2r}{v} \approx 26,4 \text{ min}$$

Аналогично, интервалът от време между втори и трети контакт (времето за което планетата е изцяло пред диска на звездата) е:

$$\Delta t_2 = \frac{2(R - r)}{v} \approx 7 \text{ h } 16 \text{ min}$$

Кривата на блясъка би трябвало да изглежда както е показано на фигурата:



Разбира се, от учениците не се изисква да отчитат ефекта от потъмняването на диска на звездата към края, който води до това, че „горизонталният“ участък не е плосък.

Б) За да преценим какви са строежът и съставът на планетата, трябва да пресметнем нейната средна плътност ρ .

Обемът на планетата е:

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3$$

За плътността имаме:

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{30M_E}{4\pi r^3} \approx 224 \text{ kg/m}^3$$

Забелязваме, че тази плътност е много ниска, почти пет пъти по-малка от тази на водата. Това означава, че екзопланетата не може да е скалиста. По-голямата част от нейния обем се заема от атмосфера, която във високите си части е силно разрежена. Планетата принадлежи към тип газова гиганти.

В) Орбиталната скорост на планетата можем да намерим по следната формула:

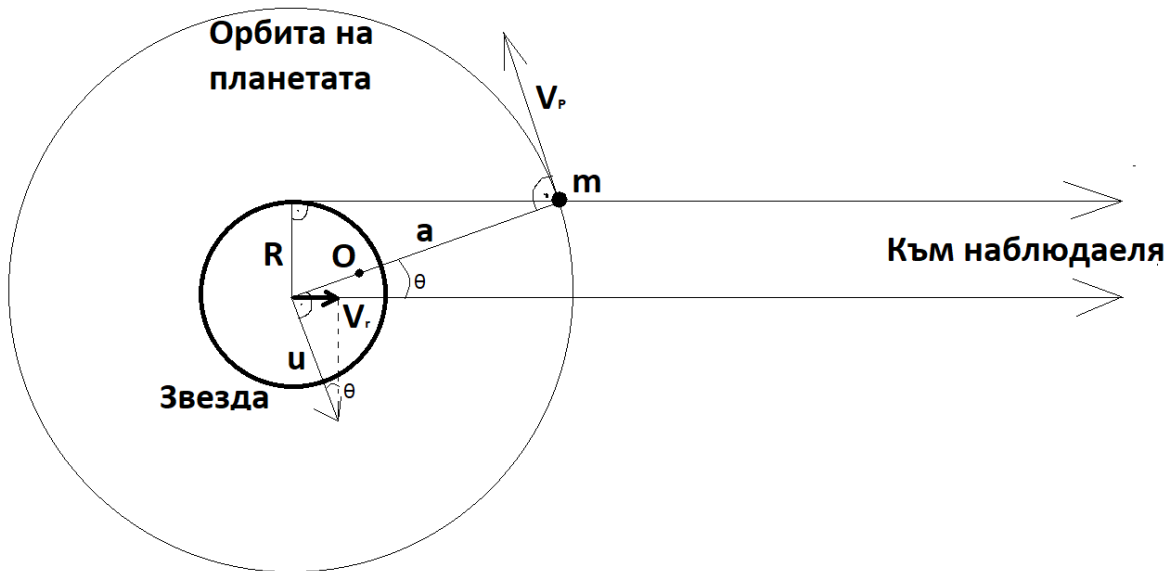
$$v_P = \sqrt{\frac{GM}{a}} \approx 50,5 \text{ km/s}$$

Нека да означим с u скоростта на звездата около центъра на масите на системата. От дефиницията за център на масите следва че:

$$Mu = mv_P = 10M_E v_P$$

От тук получаваме:

$$u = \frac{10M_E v_P}{M} \approx 1,51 \text{ m/s}$$



На фигурата е показано положението на екзопланетата по орбитата ѝ, в момента, в който тя „излиза“ от диска на звездата, за наблюдателя. Тук приемаме, че планетата е точка и не отчитаме нейния размер, защото той е само 6% от размера на звездата и това няма да промени съществено крайния резултат.

За ъгъла θ можем да запишем:

$$\sin(\theta) = \frac{R}{a}$$

откъдето намираме: $\theta \approx 46'$.

От чертежа се вижда, че лъчевата скорост на звездата в този момент е:

$$v_r = -u \sin(\theta) = -u \frac{R}{a} \approx -2 \text{ cm/s}$$

Знакът минус показва, че звездата се приближава към наблюдателя.

В началото на пасажа, ситуацията е напълно аналогична, но всички скорости са насочени в обратна посока. Това означава, че тогава лъчевата скорост на звездата има същата големина, но обратен знак, т.е. звездата се отдалечава от наблюдателя. Следователно, търсената разлика в лъчевите скорости е:

$$\Delta v = 2v_r \approx 4 \text{ cm/s}$$

Критерии за оценяване (общо 12 т.):

A) 4т.

- За правилно изразяване на промяната на звездата величина и верен числен отговор: 1т
- За правилно изразяване на характерните за пасажа времеви интервали и верни числени резултати: 2т
- За правилно построена крива на блясъка: 1т

Б) 2т.

- За правилно изчисляване на средната плътност на планетата: 1т.
- За правилен извод, че това е газов гигант: 1т.

В) 6т.

- За намиране на орбиталната скорост на планетата: 1т.
- За намиране на скоростта на звездата относно центъра на масите: 1т.
- За правилно геометрично представяне на движението на звездата, спрямо наблюдателя, в края или в началото на пасажа и съответстващото математическо описание: 3т.
- За краен израз за разликата в лъчевите скорости и правилен числен резултат: 1т.

Възможно е решението на ученика да се различава от авторското. Всяко правилно решение би следвало да се оцени със съответния брой точки.

Задача 4. Най-ярките звезди. В таблицата е даден списък с 10-те най-ярки звезди на нощното небе, техни координати и някои параметри.

А) Две от звездите са в едно и също съзвездие. На колко градуса една от друга са те по небето? Като ъглова мярка $1h = 15^\circ$. [3т.]

Б) Само една звезда от списъка е от лятно съзвездие. За даден наблюдател тя достига максимална височина (кулминира) точно в полунощ на 5 юли. В колко часа на 16 юли ще кулминира за този наблюдател най-ярката звезда от северната небесна полусфера? [3т.]

В) Две от звездите в списъка кулминират в рамките на по-малко от 3 минути една след друга. Ако за даден наблюдател една от тези две звезди кулминира в зенита (точно над главата му), то на колко градуса височина кулминира за този наблюдател другата звезда? [3т.]

Упътване за Б) и В): Звездите кулминират, когато т.нар. звездно време съвпадне с ректасцензията им. За дадена звезда това се случва веднъж на всеки $23h 56min 4s$ – периода на околоосно въртене на Земята.

Г) Двама наблюдатели са на фиксирани положения по земната повърхност и следят звездите през цялата година. Единият от тях никога не успява да види точно една звезда от списъка, а другият никога не успява да види точно три звезди от списъка. Какво е минималното възможно разстояние между наблюдателите? И двамата наблюдатели имат чист хоризонт, който не е повлиян от планини, сгради и други локални обекти. Земният радиус е 6370 km. [3т.]

№	име	Звездна величина	Ректасцензия	Деклинация	Спектрален клас	Разстояние, ly
1	Сириус	-1,46	$06^h 45^m 09^s$	$-16^\circ 43'$	A0V + DA	8,6
2	Канопус	-0,74	$06^h 23^m 57^s$	$-52^\circ 42'$	A9II	310
3	Алфа от Кентавър	-0,27	$14^h 39^m 36^s$	$-60^\circ 50'$	G2V + K1V	4,3
4	Арктур	-0,05	$14^h 15^m 40^s$	$+19^\circ 11'$	K0III	37
5	Вега	0,03	$18^h 36^m 56^s$	$+38^\circ 47'$	A0V	25
6	Капела	0,08	$05^h 16^m 41^s$	$+46^\circ 00'$	K0III + G1III	43
7	Ригел	0,13	$05^h 14^m 32^s$	$-08^\circ 12'$	B8I	860
8	Процион	0,34	$07^h 39^m 18^s$	$+05^\circ 13'$	F5V + DQ	11
9	Ахернар	0,46	$01^h 37^m 43^s$	$-57^\circ 14'$	B3V	140
10	Бетелгейзе	0,3 – 1,3 (var)	$05^h 55^m 10^s$	$+07^\circ 24'$	M1I	640

Решение:

А) Звездите Ригел и Бетелгейзе са в едно и също съзвездие – Орион. Пресмятаме разликите в ректасцензиите им и в деклинациите им

$$\Delta\alpha = 05^h 55^m 10^s - 05^h 14^m 32^s = 40m 38s = 0,67722 h = 10,158^\circ$$

$$\Delta\delta = 07^\circ 24' - (-08^\circ 12') = 15,6^\circ$$

Тези разлики са сравнително малки, така че можем да направим приближението, че проекцията на съзвездие Орион се намира в равнина и да пресметнем разстоянието между двете звезди по небето θ по Питагоровата теорема:

$$\theta = \sqrt{(\Delta\alpha \cos \delta)^2 + (\Delta\delta)^2}$$

Факторът $\cos \delta$ се прилага, за да се отчете, че паралелите намаляват с отдалечаване от небесния екватор, обаче съзвездие Орион лежи на небесния екватор, поради което $\cos \delta$ е близо до 1 и няма нужда да се отчита. Така получаваме

$$\theta = \sqrt{(10,158^\circ)^2 + (15,6^\circ)^2} = 18,6^\circ$$

Резултатът е много точен. Грешката поради закривяването на небесната сфера е под 0,5%.
[3т.]

Б) Само Вега е от лятно съзвездие. Най-ярката звезда от северната небесна полусфера е Арктур. Ректасцензията на Арктур е с 4h 21m по-малка от тази на Вега, така че Арктур кулминира 4h 21min по-рано от Вега.

Всяка звезда кулминира с 3 min 56 s по-рано всеки следващ ден. Ако Вега кулминира в 00:00 часа на 5 юли, то след 11 дни, на 16 юли, Вега ще кулминира около $11.4 = 44$ минути по-рано, т.е. в 23:16 часа. Арктур ще кулминира 4 h 21 min по-рано, т.е. в 18:55 часа. [3т.]

В) Двете звезди в списъка с разлика в ректасцензиите под 3 минути са Капела и Ригел. Разликата в деклинациите им е $46^\circ 00' - (-08^\circ 12') = 54^\circ 12'$. Ако за даден наблюдател една от тези звезди кулминира в зенита, на височина 90° , другата звезда кулминира на височина $90^\circ - 54^\circ 12' = 35^\circ 48' = 35,8^\circ$. [3т.]

Г) Най южните три звезди в списъка са Алфа от Кентавър, Ахернар, Канопус. Ако наблюдателите са в северното полукълбо, то за единият от тях само Алфа от Кентавър е неизгряваща, но Ахернар е изгряваща, а за другият и трите са неизгряващи. За да са максимално близо двамата наблюдатели, е необходимо да са на един меридиан и за първият Ахернар да изгрява минимално над точката юг, а за вторият Канопус да докосва точката юг без да изгрява.

Географската ширина на първия наблюдател е $90^\circ - 57^\circ 14' = 32^\circ 46'$.

Географската ширина на втория наблюдател е $90^\circ - 52^\circ 42' = 37^\circ 18'$.

Разстоянието между наблюдателите по меридиана е равно на разликата в географските им ширини: $37^\circ 18' - 32^\circ 46' = 4^\circ 32' = 4,533^\circ$, което е разликата в деклинациите на Ахернар и Канопус. Земният радиус е $R = 6370$ km. Разстоянието между наблюдателите е

$$s = \frac{4,533}{360} (2\pi R) = 504 \text{ km}$$

Ако наблюдателите бяха в южното полукълбо и неизгряващите за тях звезди бяха северни, то минималното възможно разстояние щеше да е по-голямо, тъй като разликата в деклинациите на втората и третата най-северна звезда (Вега и Арктур) е по-голяма от разликата в деклинациите на Ахернар и Канопус. [3т.]

Критерии за оценяване (общо 12 т.):

А) 3т. Б) 3т. В) 3т. Г) 3т.

Задача 5. Метеорен поток. Дадени са Ви две снимки, направени в нощта на максимална активност на един метеорен поток през 2025 г.

А) Като използвате дадената звездна карта (Фиг. 3), намерете и означете по 3 съзвездия или части от тях върху негативите на всяка от снимките (Фиг. 1 и 2). [3т.]

Б) В същата нощ се е наблюдавала и планетата Юпитер. Тя не присъства на звездната карта. Открийте я и я означете на снимките. В кое съзвездие се е намирал Юпитер? [3т.]

В) На Фиг. 2 означете с “X” радианта на метеорния поток – точката, в която се пресичат продълженията назад на траекториите на метеорите (или от която метеорите като че ли се разлитат в различни посоки). В кое съзвездие е радиантът? [3т.]

Г) Коя снимка е направена в по-късен час на нощта? Обяснете своя отговор. [3т.]



Решение:

На двете снимки отбелязваме схематично фигурите на съзвездията и названията им. Тук сме отбелязали повече съзвездия, но от участниците се изисква да посочат само по три на всяка от снимките.

Виждаме, че Юпитер се намира в съзвездието Близнаци.

На снимка 2 продължаваме назад траекториите на няколко от метеорите. Те се пресичат в малка област, която представлява радианта на метеорния поток и той се намира също в съзвездието Близнаци. Това е потокът Геминиди (от учениците не се изисква да посочат това название), който достига до максимална активност около 13-14 декември. Названието на метеорния поток произхожда от латинското име на съзвездието Близнаци – Gemini.

Двете снимки са направени на една и съща дата – в нощта на максимална активност на метеорния поток, но от места по Земята с различна географска ширина. Общото разположение и ориентация на фигурите на съзвездията ни подсказва, че и двете места са в северното земно полукълбо. Като разгледаме звездната карта, виждаме, че звездите Ригел

от Орион и Капела от Колар лежат почти на един и същ небесен меридиан. Отбелязваме тези две звезди на двете снимки.

На снимка 1 меридианът Капела – Ригел е леко наклонен надясно. Капела е с по-северна деклинация от Ригел. Посоката север е, грубо казано, някъде по-надясно от центъра на снимката. Следователно съзвездие Орион клони към залез и снимката е направена значително време след горната кулминация на това съзвездие.

На снимка 2 меридианът Капела – Ригел е силно наклонен наляво. Вляво се вижда и част от Голямата мечка. Следователно посоката север е наляво от центъра на снимката, а Орион още не е достигнал до своята горна кулминация.

Така стигаме до заключението, че снимка 1 е направена в по-късен час на нощта в сравнение със снимка 2.

Критерии за оценяване (общо 12 т.):

А) 3 т.

За означаване на съзвездията: 2 снимки \times 3 съзвездия \times 0,5 т. = 3 т.

Б) 3 т.

За означаване на Юпитер: 2 т.

За посочване на съзвездие, където се намира: 1 т.

В) 3 т.

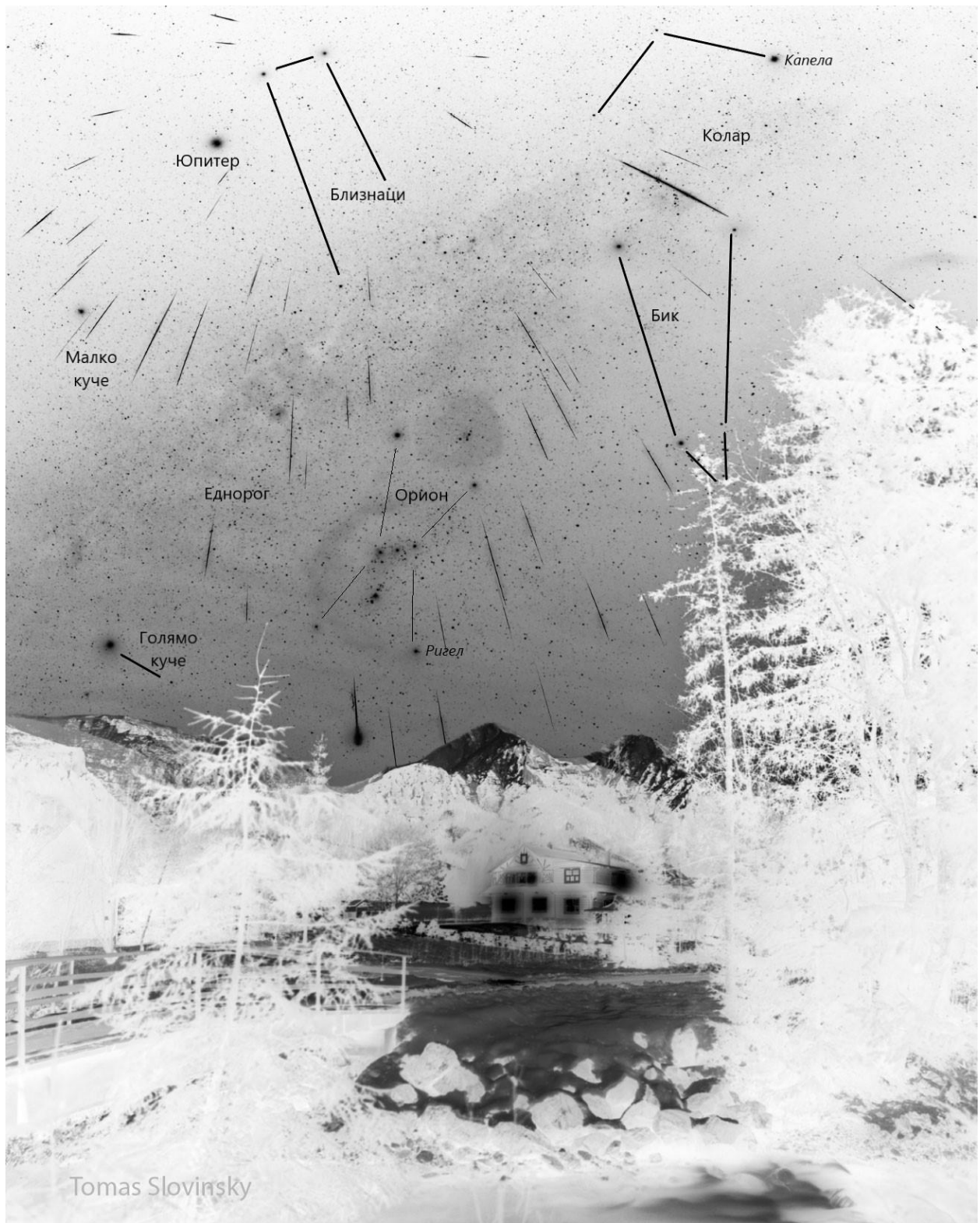
За графично построяване на радианта: 2 т.

За посочване на съзвездие, където се намира: 1 т.

Г) 3 т.

За правилни разсъждения и обяснения: 2 т.

За верен краен извод коя снимка е направена в по-късен час: 1 т.



Юпитер

Близнаци

Капела

Колар

Малко куче

Бик

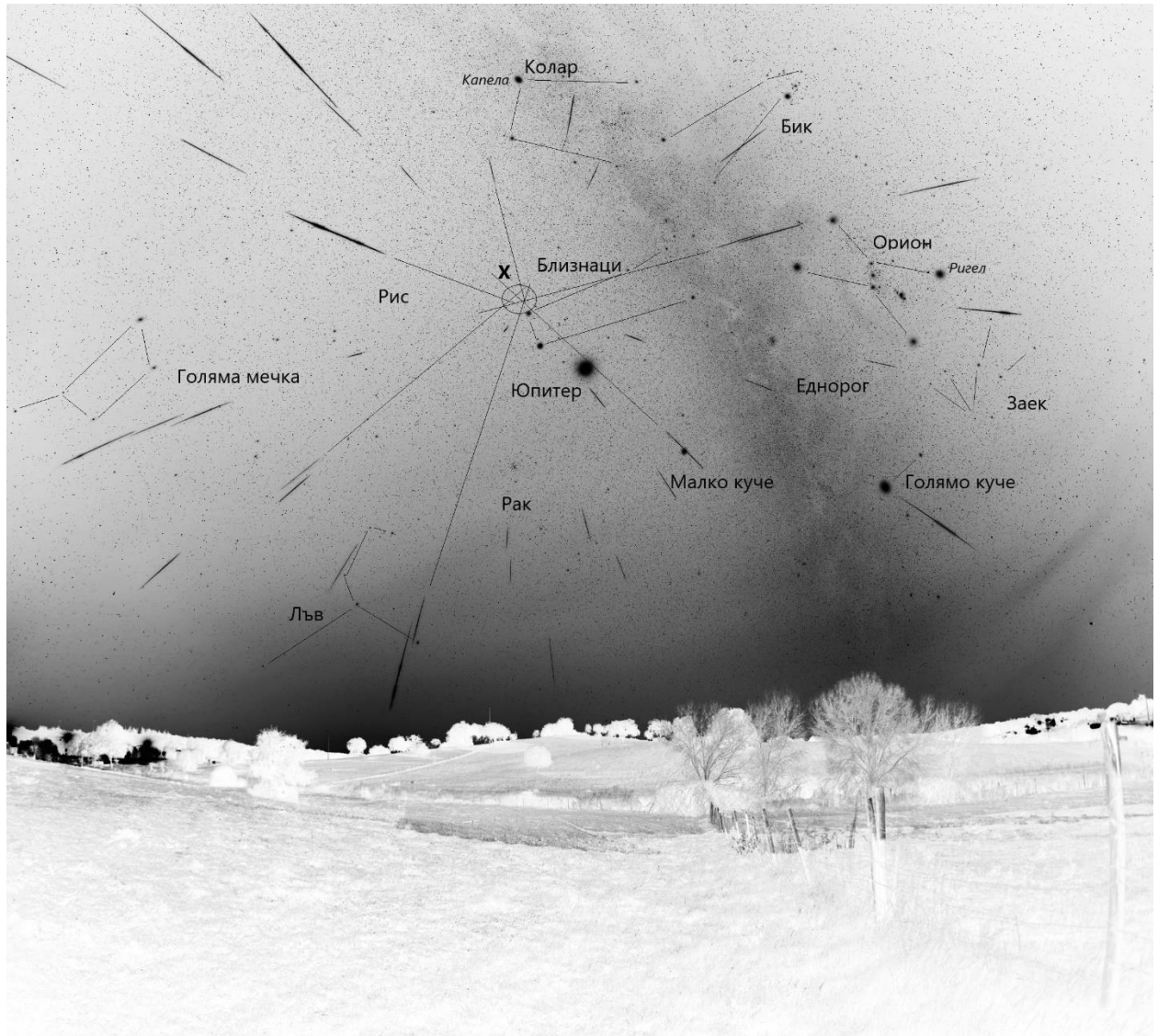
Еднорог

Орион

Голямо куче

Ригел

Tomas Slovinsky



Фиг. 1 към задача 5.

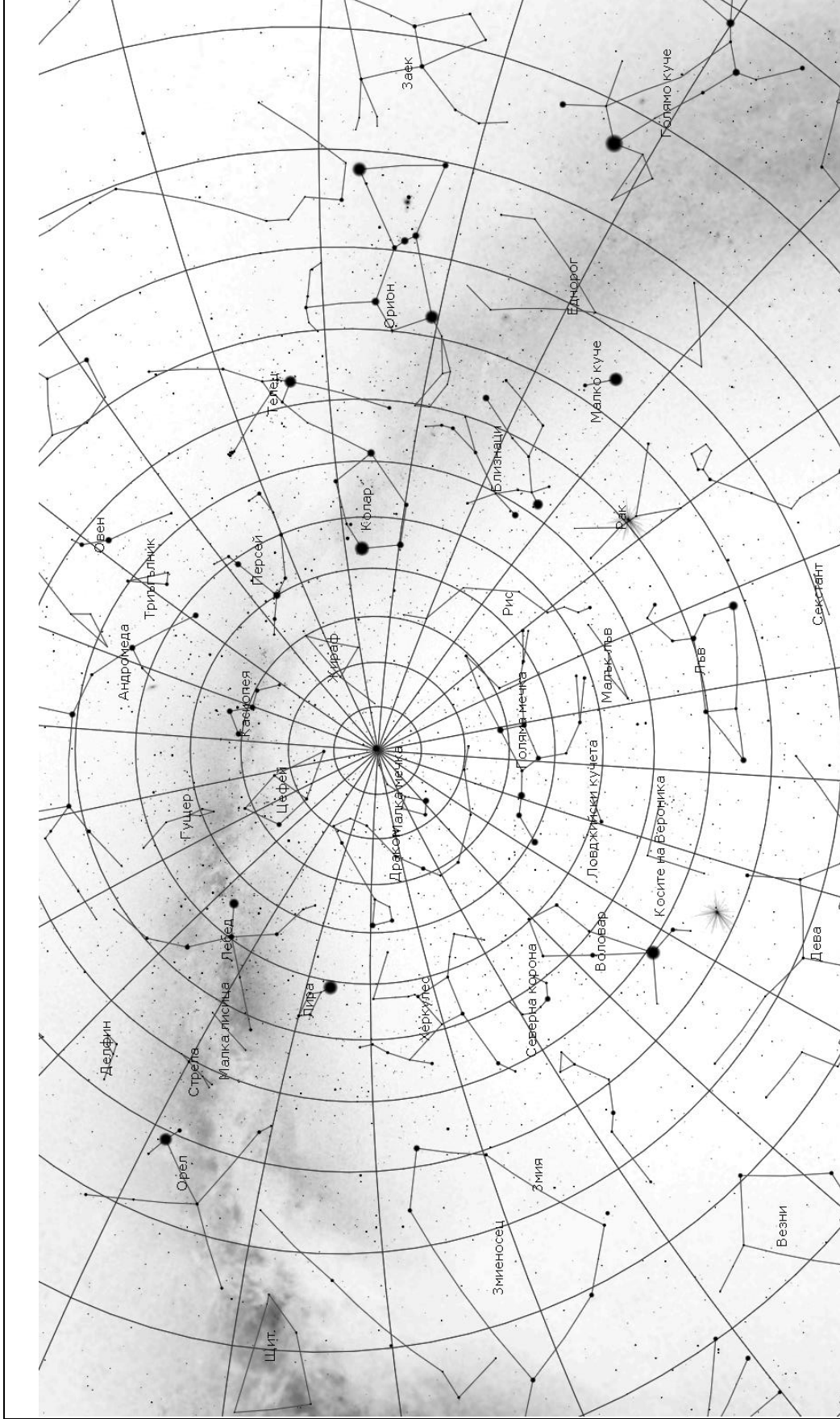


Предайте този лист заедно с решенията си!

Фиг. 2 към задача 5.



Предайте този лист заедно с решенията си!



Фиг 3. към задача 5.
Предайте този лист заедно с решенията си!