

МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА
НАЦИОНАЛНА КОМИСИЯ ЗА ОРГАНИЗИРАНЕ НА ОЛИМПИАДАТА ПО АСТРОНОМИЯ
XXIX НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО АСТРОНОМИЯ

Областен кръг, 22 февруари 2026 г.
Възрастова група 7-8 клас

Решения

Задача 1. Звездна астрофизика. Светимостта на една звезда представлява енергията, която тя излъчва за единица време, във всички посоки, в целия електромагнитен спектър. Ако звездата има радиус R и температура (измервана по скалата на Келвин) T на видимата повърхност (фотосферата), нейната светимост L се пресмята по формулата:

$$L = 4\pi R^2 \sigma T^4$$

А) Колко пъти по-висока светимост има Слънцето от бяло джудже с радиус, 100 пъти по-малък от радиуса на Слънцето, и температура на повърхността, 2 пъти по-висока от тази на Слънцето? **[3т.]**

Звездата Бетелгейзе има радиус 3,2 au и температурата на повърхността 3700 К. Астрономическата единица (au) е средното разстояние Земя-Слънце.

Б) Колко слънчеви светимости е светимостта на звездата Бетелгейзе? **[4т.]**

В) Ако е известно, че масата на Бетелгейзе е 16 пъти по-голяма от тази на Слънцето, пресметнете средната плътност на Бетелгейзе. **[5т.]**

Справочни данни:

Гравитационна константа: $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ s}^{-2} \text{ kg}^{-1}$

Константа на Стефан-Болцман: $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-4}$

Астрономическа единица: $1 \text{ au} = 149,6 \cdot 10^6 \text{ km}$

Радиус на Слънцето: 700 000 km

Маса на Слънцето: $2 \cdot 10^{30} \text{ kg}$

Температура на Слънцето: 5770 K

Решение:

А) Нека с R_S , T_S и L_S да означим радиуса, температура и светимостта на Слънцето, а с R_D , T_D и L_D съответните величини за бялото джудже.

Съгласно дадената в условието формула, търсеното отношение на светимостите е:

$$\frac{L_S}{L_D} = \left(\frac{R_S}{R_D}\right)^2 \left(\frac{T_S}{T_D}\right)^4 = 625$$

Б) Радиусът на Бетелгейзе изразен в километри е $R_B \approx 479 \cdot 10^6 \text{ km}$
Нека с T_B да означим нейната температура.

Следователно, търсеното отношение на светимостта на Бетелгейзе (L_B) към тази на Слънцето е:

$$\frac{L_B}{L_S} = \left(\frac{R_B}{R_S}\right)^2 \left(\frac{T_B}{T_S}\right)^4 \approx 79\,000$$

В) Масата на Бетелгейзе в килограми е: $M_B = 16 \cdot (2 \cdot 10^{30} \text{ kg}) = 3,2 \cdot 10^{31} \text{ kg}$.
Обемът на звездата се изчислява по формулата:

$$V_B = \frac{4}{3} \pi R_B^3$$

Средната плътност е:

$$\rho = \frac{M_B}{V_B} = \frac{3M_B}{4\pi R_B^3} \approx 7 \cdot 10^{-5} \text{ kg/m}^3$$

Критерии за оценяване:

А) 3т.

- За правилен израз за търсеното съотношение: 1,5т

- За правилна числена стойност: 1,5т

Б) 4т.

- За изразяване на радиуса на Бетелгейзе в километри: 1т.

- За правилен израз за търсеното съотношение: 1,5т

- За правилна числена стойност: 1,5т

В) 5т.

- За намиране на масата на Бетелгейзе в килограми: 1т.

- За правилно изразяване на обема на Бетелгейзе: 1,5т.

- За правилен израз за средната плътност на Бетелгейзе: 1,5т.

- За правилна числена стойност: 1т.

Задача 2. Пътешествие до Марс. Вие планирате пилотирана мисия до Марс и сте отговорни за нейния успех и безопасността на екипажа.

Приемаме, че Земята и Марс се движат по кръгови орбити около Слънцето с радиуси съответно 1 au и 1,52 au (астрономически единици). Космическият кораб стартира от Земята и се движи по половината от елиптична орбита с перихелий върху земната орбита и афелий върху марсианската орбита.

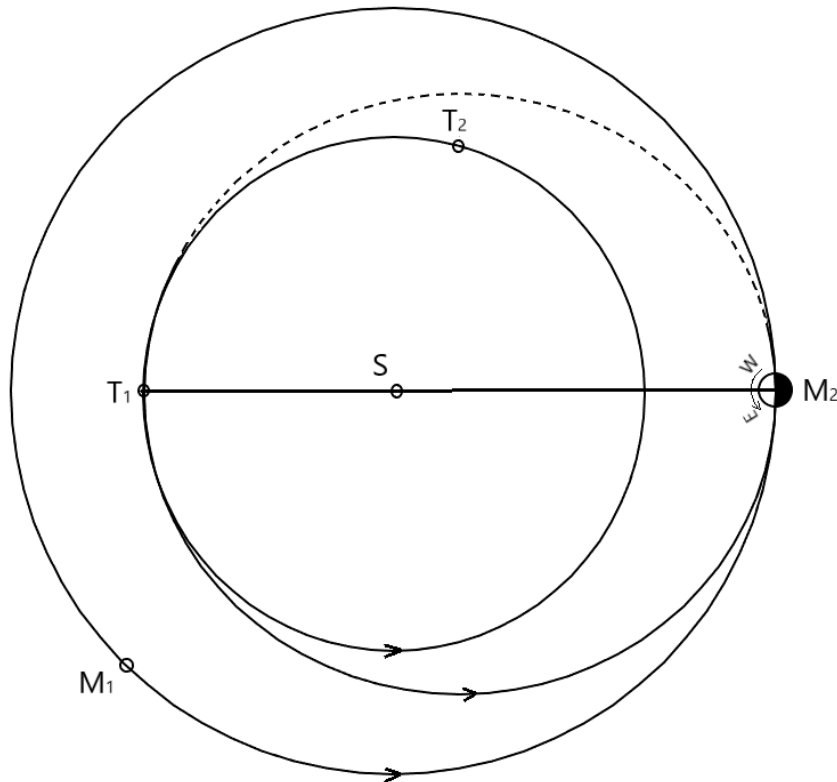
А) Начертайте в подходящ мащаб схема със Слънцето и орбитите на Земята и Марс. Отбележете с T_1 началното положение на Земята при старта на кораба. След това нанесете положението M_2 на Марс при пристигането на кораба до тази планета, както и положението T_2 на Земята в същия този момент. Определете положението M_1 , в което трябва да е бил Марс в момента на тръгването на кораба от Земята. Орбиталните периоди на Земята и Марс са съответно 365,25 дни и 687 дни, а пътешествието на кораба продължава 258,3 дни. **[6т.]**

Б) Скоро след пристигането си на Марс, кога космонавтите ще могат да наблюдават Земята в небето – около началото, средата или края на марсианската нощ? Обяснете вашия отговор. Марс се върти около своята ос в същата посока, в която се движи и по орбитата си около Слънцето. **[4т.]**

В) Поради възникнала авария космонавтите възнамеряват почти веднага след пристигането си на Марс да тръгнат обратно към Земята, като се движат отново по елипса с афелий върху марсианската орбита и перихелий върху земната орбита. Дали това е добра идея? Какво ще се случи, ако космонавтите я осъществят? [2т.]

Решение:

А)



Означаваме с S Слънцето и начертаваме кръговите орбити на Земята и Марс с радиуси в съотношение $1 : 1,52$. Отбелязваме с T_1 началното положение на Земята.

Щом космическият кораб описва половин елипса с перихелий в точка T_1 и афелий на марсианската орбита, то той ще пристигне в точка M_2 , където трябва да е Марс и тази точка ще лежи на другия край на голямата ос на елиптическата траектория на кораба. За времето на пътешествието Земята ще опише ъгъл:

$$\alpha = \frac{258,3 \text{ дни}}{365,25 \text{ дни}} \cdot 360^\circ \approx 255^\circ$$

Отмерваме този ъгъл от началното положение на Земята и нанасяме точка T_2 , където тя ще бъде при пристигането на кораба на Марс.

От момента на тръгването на кораба от Земята до пристигането му на Марс, планетата Марс трябва да е изминала по своята орбита ъгъл:

$$\beta = \frac{258,3 \text{ дни}}{687 \text{ дни}} \cdot 360^\circ \approx 135^\circ$$

Отмерваме този ъгъл от точка M_2 в посока обратна на орбиталното движение на Марс и нанасяме точката M_1 , където той трябва да е бил при стартирането на кораба от Земята.

Б) За марсианския наблюдател Земята е вътрешна планета и около средата на нощта тя по принцип е под хоризонта. На схемата е отбелязана нощната и дневната страна на Марс. Марс се върти около оста си в същата посока, в която обикаля около Слънцето. Ако там въведем посоките изток и запад също както на Земята, то околоосното въртене на Марс ще бъде от запад на изток и следователно в небето на марсианския наблюдател Земята в точка T_2 ще е отклонена леко на запад от Слънцето. Това означава, че рано сутрин, преди изгрева на Слънцето тя ще изгрява, а известно време след нея ще изгрява и Слънцето. Така стигаме до извода, че Земята ще се вижда в края на нощта.

В) Ако космонавтите решат да стартират от Марс веднага след пристигането си, то те най-вероятно ще се възползват от орбиталното движение на Марс и с цел икономия на гориво ще тръгнат по другата половина от елипсата, означена с пунктирна линия. За нещастие обаче, когато се върнат на земната орбита в точка T_1 , Земята няма да бъде там, защото от тръгването им от Земята ще е изминало време не по-малко от $2 \times 258,3 = 516,6$ дни. Това е доста повече от една земна година. Те могат да продължат да кръжат около Слънцето по другата половина от елипсата, но като стигнат отново до марсианската орбита, Марс няма да е там. Навярно ще се свършат техните запаси от храна и вода, и главно от кислород. Това няма да е никак добре за екипажа.

Критерии за оценяване (общо 12 т.):

А) 6 т.

За начертаване на планетните орбити в мащаб и отбелязване на началното положение на Земята T_1 и положението на Марс при пристигането на кораба M_2 : 2 т.

За определяне и нанасяне на положението на Земята T_2 : 2 т.

За определяне и нанасяне на началното положение на Марс M_1 : 2 т.

Б) 4 т.

За правилен отговор кога ще се вижда Земята: 1 т.

За обяснение на отговора: 3 т.

В) За правилно описание и обяснение какво ще се случи ако космонавтите тръгнат към Земята веднага: 2 т.

Задача 3. Въртенето на Млечния път. Подобно на другите спирални галактики, нашата галактика (Млечен път) има интересно свойство – повечето звезди, които не са в централните части на галактиката, имат почти еднаква скорост на въртене около центъра на галактиката. За Млечния път тази скорост v е в отношение със скоростта на светлината във вакуум c , приблизително равно на $v/c = 3/4000$.

А) Скоростта на светлината c е приблизително 300 000 km/s. Слънцето също се движи със скорост v . Пресметнете скоростта на Слънцето спрямо центъра на галактиката в километри в час. **[3т.]**

Б) Ако звезда се върти със скорост v около центъра на галактиката на разстояние 24 000 светлинни години, то за колко милиона години ще направи една обиколка около него? Светлинната година е разстоянието, което светлината изминава във вакуум за 1 година. **[3т.]**

В) Нека да разгледаме две други звезди – звезда А и звезда В – които се въртят в диска на галактиката, около центъра ѝ, по кръгови орбити, с еднаква скорост. Разстоянието от центъра на галактиката до звезда В е с 12 000 светлинни години по-голямо отколкото разстоянието от центъра на галактиката до звезда А. Отношението на периодите на обикаляне на двете звезди около центъра на галактиката е 5:7. На колко светлинни години от центъра на галактиката е звезда В? **[6т.]**

Упътване: За решаване на В) няма нужда да се използва стойността на v .

Решение:

А) Скоростта на Слънцето спрямо центъра на галактиката е
 $v = (3/4000)c = 225 \text{ km/s} = 810\,000 \text{ km/h}$
[3т.]

Б) Ако звезда се върти със скорост v около центъра на галактиката на разстояние $r = 24\,000 \text{ ly}$ (светлинни години), то времето за една обиколка (орбиталният период) е

$$T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi(24000 \text{ ly})}{\left(\frac{3}{4000}\right)c} = \frac{2\pi(24000) \cdot (4000)}{3} \text{ yr} = 201 \cdot 10^6 \text{ yr}$$

Получихме 201 милиона години. За удобство използвахме, че $1 \text{ ly} = (1 \text{ yr})c$.
[3т.]

В) Звезда А и звезда В се въртят в диска на галактиката, около центъра ѝ, по кръгови орбити, с еднаква скорост v , на разстояния r_A и r_B от него.

Тъй като орбиталният период е

$$T = \frac{2\pi r}{v}$$

Отношението на орбиталните периоди на двете звезди е равно на отношението на радиусите на орбитите им:

$$\frac{T_B}{T_A} = \frac{r_B}{r_A} = \frac{7}{5}$$

Но разстоянието от А до центъра на галактиката е с 12 000 ly по-малко. Оттук получаваме:

$$\begin{aligned}r_A &= \frac{5}{7}r_B = r_B - 12000 \text{ ly} \\ \frac{2}{7}r_B &= 12000 \text{ ly} \\ r_B &= 42000 \text{ ly}\end{aligned}$$

Звезда В е на 42 000 светлинни години от центъра на галактиката.

[6т.]

Критерии за оценяване (общо 12 т.):

А) За правилно пресмятане на v в km/h: 3т.

При правилно пресмятане само до km/s: 2т.

Б) За правилно пресмятане на периода: 3т.

В) За правилни съображения и резултат: 6т.

Само за формула за периода: 2т.

Задача 4. Нова година. Нека да разгледаме полети между две летища на екватора – летище А и летище В. Двете летища са разположени точно на централния меридиан на своите часови пояси и разликата между техните поясни времена е 3 часа, като летище А е разположено в източна посока спрямо летище В. Радиусът на земния екватор е 6378 km. Приемете, че Земята е разделена на 24 часови пояса поравно.

А) Пресметнете разстоянието между двете летища в километри. [2т.]

Б) На 31 март 2026 г. в 20:30 ч, от летище В излита самолет, който се движи по най-краткия път между летищата, със скорост $v = 531 \text{ km/h}$. В колко часа и на коя дата по поясно време самолетът ще пристигне в летище А? [4т.]

В) На 31 декември 2025г. в 21:00 ч от летище В директно към А излита друг самолет. С каква скорост (постоянна) трябва да лети самолетът, за да могат пътниците в него да посрещнат момента на настъпване на новата година по време на полета? Приемете, че те имат право да празнуват Нова година само по пояското време на часовия пояс, в който се намират. [6т.] *Упътване: Възможно е не само една скорост да е решение на подусловие В), а някакъв интервал или интервали от стойности.*

Решение:

А) Нека да означим радиуса на Земята с R_E . Обиколката на екватора е:

$$L = 2\pi R_E \approx 40\,070 \text{ km}$$

Понеже часовата разлика между двата града е 3 часа и те се намират на централните меридиани на своите часови пояси, то разстоянието между тях е:

$$d = \frac{3}{24}L = \frac{L}{8} \approx 5\,009 \text{ km}$$

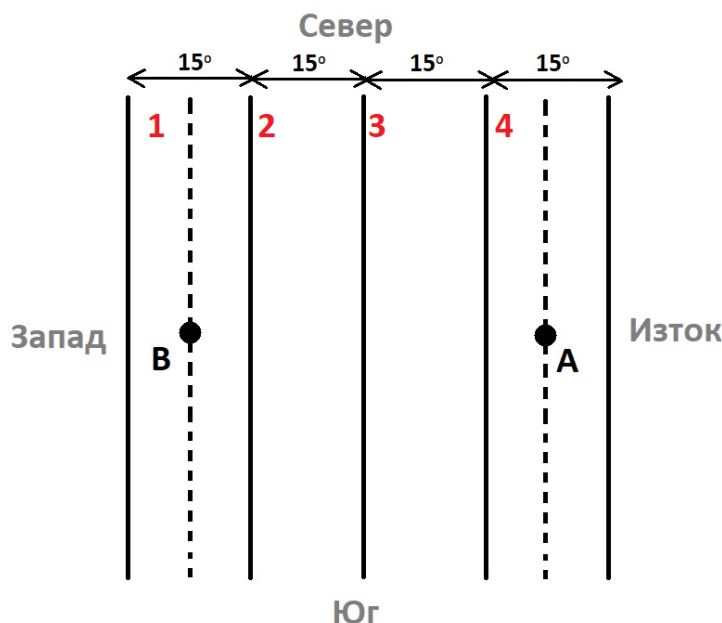
Б) Нека с v да означим скоростта на самолета.

Времето, за което той ще измине разстоянието между двата града е:

$$t = \frac{d}{v} \approx 9\text{h } 26\text{min}$$

Следователно, самолетът ще кацне на летище А в 5:56 на 1 април 2026 г. по времето на часовата зона, в която се намира летище В. Тъй като летище А е разположено в източна посока спрямо летище В, то трябва да добавим часовата разлика от 3 часа и самолетът ще кацне в 8:56 на 1 април по поясно време.

В) На схемата са показани часовите зони, в които се намират летища А и В, а също тези, които са между тях. Нека означим часовата зона, в която се намира летище В с 1, следващите две в посока изток с 2 и 3, а часовата зона в която е летище А с 4.



Понеже приемаме, че земното кълбо е разделено на 24 еднакви часови зони, всяка една от тях заема $1/24$ част от екватора или 15° по дължина. Следователно, ширината (разстоянието между най-западната и най-източната точка) на една часова зона е:

$$s = \frac{2\pi R_3}{24} \approx 1\,670\text{ km}$$

Пътниците биха могли да посрещнат Нова година във поясното време на часови зони 1, 2 или 3. За съжаление, няма как да направят това в зона 4, защото в момента на

излитане, пояското време за летище А вече е 0:00 и новата година там вече е настъпила. Нека да пресметнем с какви скорости би могъл да лети самолетът, за да успеят пътниците в него да посрещнат Нова година във всяка една от първите три часови зони.

- Зона 1 (часовата зона на летище В):

В тази часова зона моментът 0:00 по поясно време ще настъпи след интервал от време $\Delta t_1 = 3\text{h}$ от излитането на самолета. Ако пътниците желаят да я посрещнат именно в зона 1, то самолетът трябва за това време да прелети разстояние не по-голямо от $s/2$.

Следователно, за неговата скорост v може да се запише следното неравенство:

$$v \leq \frac{s}{2\Delta t_1} = 278\text{ km/h}$$

Разбира се, това е прекалено ниска скорост за пътнически самолет 😊.

- Зона 2:

По пояското време на тази часова зона новата година ще настъпи когато в часовата зона на летище В е 23:00ч или време $\Delta t_2 = 2\text{ h}$ след излитането на самолета. За да бъде самолетът в рамките на зона 2 в този момент, то за това време той трябва да е прелетял разстояние не по-малко от $s/2$ (за да е навлязъл в нея) и не по-голямо от $3s/2$ (за да не я е напуснал).

От тук следва, че скоростта на този самолет трябва да изпълнява следното условие:

$$\frac{s}{2\Delta t_2} \leq v \leq \frac{3s}{2\Delta t_2}$$

След пресмятане получаваме:

$$417 \text{ km/h} \leq v \leq 1\,252 \text{ km/h}$$

- **Зона 3:**

В зона 3, моментът в който новата година ще започне съответства на 22:00 по пояското време на летище В, което е интервал от време $\Delta t_3 = 1 \text{ h}$ след момента на излитане.

Аналогично на предходния случай, ако пътниците желаят да празнуват Нова година тук, то за това време самолетът трябва да е изминал разстояние не по-малко от $3s/2$ (за да е навлязъл в нея) и не по-голямо от $5s/2$ (за да не я е напуснал).

В този случай, скоростта му трябва да удовлетворява:

$$\frac{3s}{2\Delta t_3} \leq v \leq \frac{5s}{2\Delta t_3}$$

След изчисления:

$$2\,505 \text{ km/h} \leq v \leq 4\,174 \text{ km/h}$$

Това е значително повече от обичайните скорости на пътническите самолети в днешно време 😊.

Ако самолетът се движи със скорост, която не принадлежи на никой от трите получени интервала, то пътниците ще пропуснат момента 0:00, тъй като в условието на задачата е казано, че те могат да посрещат Нова година само по **ПОЯСНО** време на часовия пояс в който се намират!

$$\text{Отговор: } v \in (0; 278) \cup (417; 1252) \cup (2505; 4174) \text{ km/h}$$

Критерии за оценяване:

А) 2т.

- За намиране на обиколката на екватора на Земята в километри: 1 т

- За съобразяване на това, че разстоянието между двете летища е 1/8 от дължината на екватора и правилна числена стойност: 1т

Б) 4т.

- За изразяване на времето за полет: 1т.

- За правилна числена стойност: 1т

- За пресмятане на момента на кацане по пояското време на летище В: 1т

- За намиране на този момент по пояското време на летище А: 1т

В) 6т.

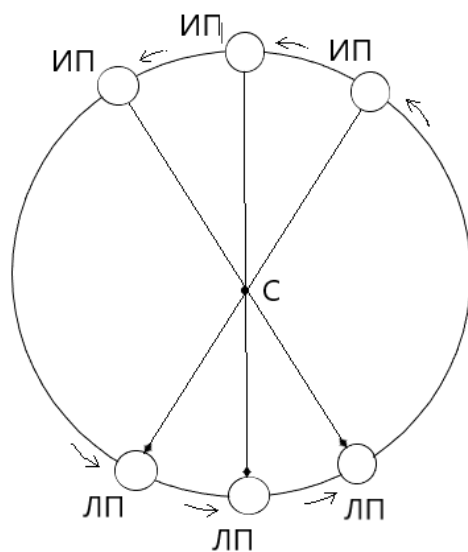
- За правилна обща представа за ситуацията (правилна схема и т.н.): 1т.

- За правилен извод, че пътниците няма как да посрещнат Нова година в часовия пояс на летище А: 0,5т.

- За правилни буквени изрази за всеки един от интервалите, в които скоростта на самолета би могла да принадлежи: 1,5т.

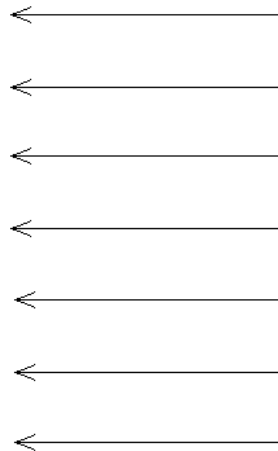
Задача 5. Двойна планета. Около Скъпоценната звезда по кръгова орбита обикаля система от две планети – Лазурната планета (ЛП) и Изумрудната планета (ИП). Те са еднакви по размери и маса. Планетите се движат по кръгова орбита около общия си център на масите С, както е показано на схемата. Планетите са приливно заключени – винаги са обърнати една към друга с една и съща своя страна. Лазурният град се намира в центъра на онази страна на Лазурната планета, която е обърната към Изумрудната планета. Разстоянието между двете планети е много по-малко от разстоянието от тях до Скъпоценното слънце. Ако условно разделим денонощието на Лазурната планета на 24 часа, то всеки ден в 12 часа жителите на Лазурния град наблюдават затъмнение на своето Скъпоценно слънце от Изумрудната планета.

Орбита на двете планети около
общия им център на масите С



♦ - Лазурният град

Светлинни лъчи от
Скъпоценното Слънце



А) Всяка нощ в 0 часа жителите на Лазурния град наблюдават друго интересно явление, свързано с Изумрудната планета. Какво е то? [3т.]

Б) Ако си послужим с аналогия на нашите лунни фази, то в каква фаза ще се наблюдава Изумрудната планета от жителите на Лазурния град в 6 часа? А в 18 часа? А в какви фази в същите тези моменти ще наблюдават Лазурната планета жителите на Изумрудната планета? [5т.]

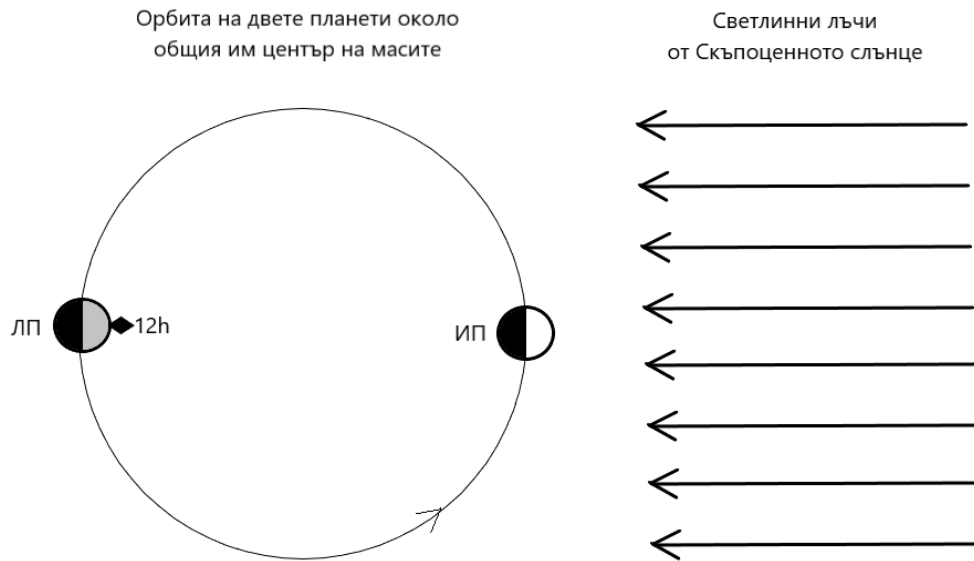
Обяснете вашите отговори и ги илюстрирайте с подходящи схеми.

В) Астрономите от Лазурната планета с особен интерес изследват далечната и красива галактика Брилянт. Времето между два изгрева на тази галактика е с 30 минути по-кратко от денонощието на Лазурната планета (времето между два изгрева на Скъпоценното слънце). Колко денонощия продължава годината за жителите на Лазурната планета? [4т.]

Орбиталното движение на двойната планета около Скъпоценното слънце, движението на двете планети една около друга и околоосното им въртене са в една и съща посока.

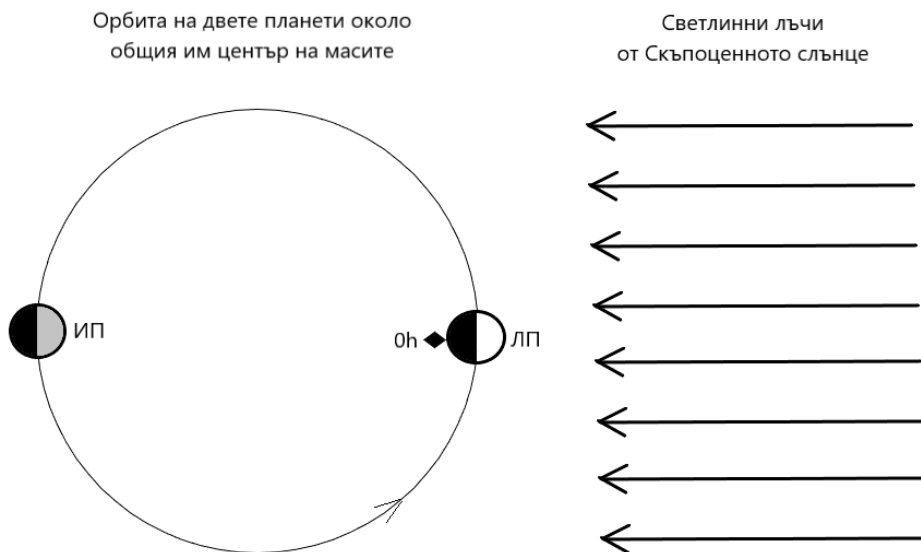
Решение:

А) Щом двете планети са приливно заключени, то за всяка от тях орбитлният период на движение около центъра на масите е равен на периода на околоосно въртене. На Фиг.1 са показани положенията на двете планети в момента, когато за Лазурния град (огбелязан с черно ромбче) на Лазурната планета е 12 ч. Вижда се, че тогава за жителите на Лазурния град Изумрудната планета закрива Скъпоценното слънце, хвърля своята сянка върху Лазурната планета и там и се наблюдава слънчево затъмнение.



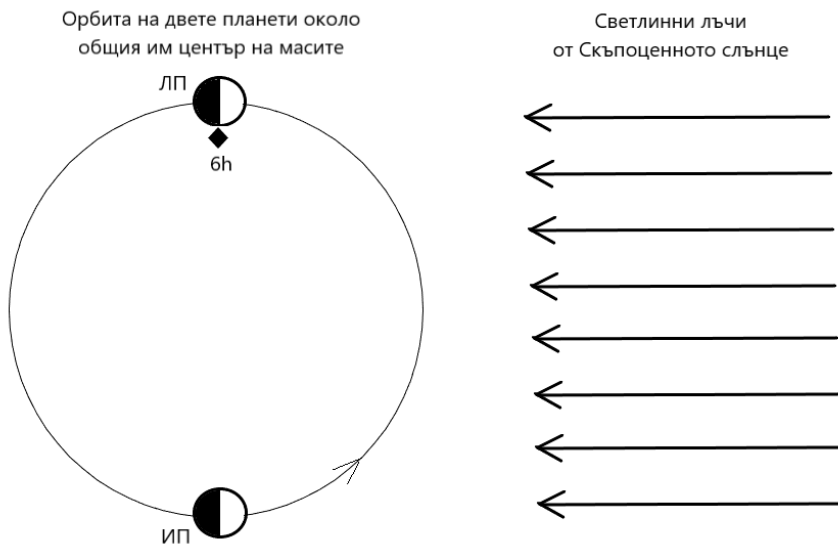
Фиг.1

На Фиг. 2 са показани положенията на двете планети, когато за Лазурния град е 0 ч. Вижда се, че тогава неговите жители ще наблюдават затъмнение на Изумрудната планета в сянката на Лазурната планета.



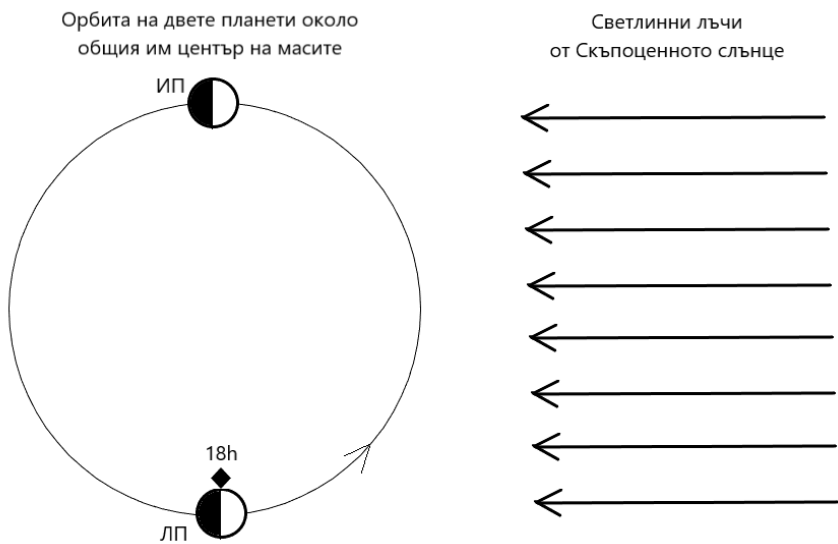
Фиг.2

Б) На Фиг. 3 са показани положенията на планетите, когато за Лазурния град е 6 ч. Тогава за жителите на Лазурната планета Изумрудната планета е във фаза последна четвърт. Шест часа по-късно тя ще бъде обърната към Лазурната планета изцяло с тъмната си страна, което значи, че фазата е подобна на фазата на стареещата Луна за земните жители. За жителите на Изумрудната планета Лазурната планета е във фаза първа четвърт.



Фиг.3

На Фиг. 4 са показани положенията на планетите, когато за Лазурния град е 18 h. Тогава жителите на Лазурната планета ще виждат Изумрудната планета във фаза първа четвърт. Шест часа по-късно Изумрудната планета ще бъде обърната към Лазурната планета изцяло с осветената си страна и това означава, че тя е във фаза подобна на растящата Луна за нас. Жителите на Изумрудната планета ще виждат Лазурната планета във фаза последна четвърт.



Фиг.4

В) Времето между два изгрева на галактиката Брилянт трябва да е равно на звездното денонощие P_{sid} за Лазурната планета, а времето между два изгрева на Скъпоценното слънце – на слънчевото денонощие P_{sol} . Ако означим с T годината на Лазурната планета, или периода на обикаляне на двойната планета около Скъпоценното слънце, то в сила са съотношенията:

$$P_{sid} = \frac{(24\text{h} - 30\text{min})}{24\text{h}} P_{sol}$$

$$\frac{1}{P_{sol}} = \frac{1}{P_{sid}} - \frac{1}{T}$$

От тези две уравнения получаваме:

$$T = \frac{P_{sol}P_{sid}}{P_{sol} - P_{sid}} = 1128\text{h} = 47P_{sol}$$

Годината на Лазурната планета се състои от 47 слънчеви денонощия.

Критерии за оценяване (общо 12 т.):

А) За верен отговор какво явление се наблюдава в 0h, обяснение и схема – 3 т.

Б) 5 т.

За правилен отговор какви фази се наблюдават в 6h, обяснение и схема – 2,5 т.

За правилен отговор какви фази се наблюдават в 18h, обяснение и схема – 2,5 т.

В) 4 т.

За правилен начин на пресмятане – 3 т.

За верен числен отговор – 1 т.