МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА
НАЦИОНАЛНА КОМИСИЯ ЗА ОРГАНИЗИРАНЕ НА ОЛИМПИАДАТА ПО АСТРОНОМИЯ

XXIX НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО АСТРОНОМИЯ

Областен кръг, 22 февруари 2026 г.
Възрастова група 11-12 клас

Решения:

Задача 1. Най-големият български телескоп. Националната астрономическа обсерватория в местността Рожен, в Родопите, има координати приблизително 41,7° северна ширина и 24,7° източна дължина. Вие работите с най-големия телескоп в нея, който има огледален обектив с диаметър 2 m. Минималната височина над хоризонта, на която той може да се насочва, е 12°.

А) Вашият любим астрономически обект е галактиката M81 с координати $\alpha = 9\text{h}\ 56\text{m}\,, \delta = +69°\ 04'$. Ще можете ли да наблюдавате тази галактика в продължение на цялата нощ, по всяко време на годината? Обосновете вашия отговор. **[4т.]**

Б) При адаптация към нощно зрение зеницата на окото се разширява до диаметър около 6 mm. Най-слабите звезди, видими с просто око, са със звездна величина около 6^m. Ако не отчитате загубите на светлина поради конструкцията и поглъщането в оптичните елементи на телескопа, пресметнете каква звездна величина ще имат най-слабите звезди, които бихте видели, ако погледнете с подходящ окуляр пряко през него? **[4т.]**

В) В някаква нощ вие се готвите да фотографирате любимата си галактика със CCD камера, монтирана в главния фокус на обектива на телескопа, който има фокусно разстояние 16 m. Цифровата матрица има размери 2048 х 2048 пиксела, а размерите на един пиксел са 13,5 х 13,5 микрона (1 μm = 10^{-6} m). Но в небето свети пълната Луна, която проваля вашите намерения. Тогава Вие решавате да фотографирате самата Луна. Луната има видим ъглов диаметър 30′ (дъгови минути). Направете необходимите измервания по дадената ви снимка (Фиг. 1, след текста на задачите) и пресметнете дали изображението на Морето на кризите ще се побере в зрителното поле на камерата. **[4т.]**

Решение:

А) Както е известно, за всяка точка от северното земно полукълбо височината на северния небесен полюс над хоризонта се равнява на географската ширина на тази точка. Следователно височината на северния небесен полюс за наблюдател в Националната астрономическа обсерватория в местността Рожен, е 41,7°. За да можем да наблюдаваме галактиката M81 през цялата нощ по всяко време на годината, тя трябва не само да е незалязваща, но и в долна кулминация да не се спуска на по-малко от 12° височина над хоризонта. Полярното отстояние на M81 е:

$$90° - \delta = 90° - 69°04' = 20°56'$$

Минималната височина над хоризонта, до която достига звездата в долна кулминация е:

$$41{,}7° - 20°56' = 20{,}77°$$

Тази височина е по-голяма от 12° и следователно ние можем да наблюдаваме галактиката M81 през цялата нощ по всяко време на годината.

Б) Съотношението на площите на обектива на телескопа и зеницата на окото е:

$$\frac{(2000\ \mathrm{mm})^2}{(6\ \mathrm{mm})^2} \approx 111\ 111$$

Следователно телескопът събира 111 111 пъти повече светлина от човешкото око и това означава, че през телескопа ще можем да виждаме звезди, които са 111 111 пъти по-слаби от най-слабите видими за нас с невъоръжено око. Звездната величина на такава звезда ще бъде:

$$6^m + 2{,}5\,\mathrm{lg}(111\ 111) \approx 18{,}6^m$$

В) Цифровата матрица е квадрат със страна 2048 × 13,5 микрона = 27 648 микрона ≈ 27,6. mm. Измерването върху снимката на Луната показва, че по-дългият размер на Морето на кризите е равен на 0,1129 от диаметъра на Луната. Следователно неговият видим ъглов размер е:

$$0{,}1129 \times 0{,}5° \approx 0{,}05645°$$

Фокусното разстояние на обектива на телескопа е 16 метра. Линейният размер на изображението на Морето на кризите върху CCD матрицата ще бъде:

$$16\ 000\ \mathrm{mm} \cdot 0{,}05645° \cdot \frac{\pi}{180°} \approx 15{,}7\ \mathrm{mm}$$

Този размер е по-малък от размера на страната на цифровата камера (27,6 mm) Следователно изображението на Морето на кризите ще се събере в полето на камерата.

Критерии за оценяване (общо 12 т.):

А) 4 т.

За правилен метод за определяне дали галактиката може да се наблюдава през цялата нощ – 3 т.

За вярна крайна преценка – 1 т.

Б) 4 т.

За правилен метод за пресмятане на видимата звездна величина на звезда, наблюдавана през телескопа – 3 т.

За верен числен отговор – 1 т.

В) 4 т.

За вярно определяне на големината на цифровата матрица – 0,5 т.

За измервания по снимката на Луната, определяне на ъгловия размер на Морето на кризите и пресмятане на мащаба на изображението му върху цифровата матрица – 2,5 т.

За сравнение и краен извод – 1 т.

Задача 2. Триъгълник от галактики. Нека да разгледаме три галактики – A, B и C – в настоящата възраст на Вселената. Разстоянието AC е 36 Mpc, разстоянието BC е 28 Mpc. Нека се пренесем на планета в галактиката C, която има нулева скорост спрямо нея. По небето на тази планета галактиките A и B са на 76° една от друга. Наблюдаваните оттам червени отмествания на галактики A и B са $z_A = 0{,}00966$, $z_B = 0{,}00792$. Те са породени както от разширението на Вселената, така и от хаотичните пекулярни скорости на галактиките A и B. Приемете, че тангенциалните скорости на A и B спрямо C са 0 и, че константата на Хъбъл е H_0 = (73 km/s)/Mpc.

А) Пресметнете разстоянието между галактиките A и B в космоса. **[4т.]**

Б) Пресметнете червеното отместване на галактика B, гледано от галактика A. **[5т.]**

В) Обяснете два метода, по които наблюдателят в C може да пресметне разстоянието до галактики A и B, разполагайки със същата наблюдателна техника като астрономите на Земята в наши дни. **[3т.]**

Решение:

А) В триъгълника от галактики ABC имаме страните AC = 36 Mpc, BC = 28 Mpc и ъгъл C = 76°. Намираме страна r = AB с косинусова теорема:

$$AB = \sqrt{AC^2 + BC^2 - 2AC.BC.\cos C} = 39{,}9 \text{ Mpc}$$

[4т.]

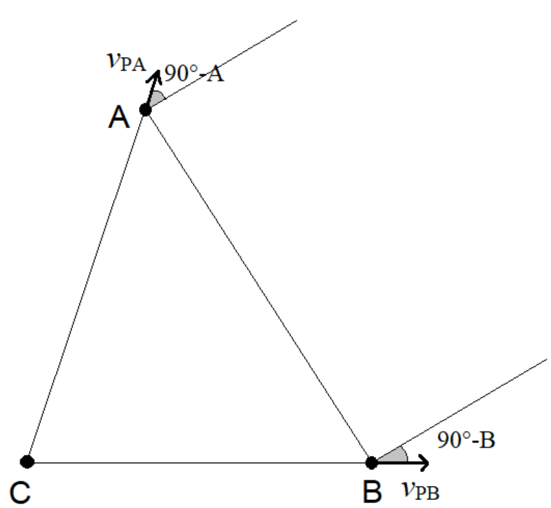
Б) Скоростите на отдалечаване на A и B от C са:

$$v_A = z_A c = 2898 \text{ km/s}$$
$$v_B = z_B c = 2376 \text{ km/s}$$

Тези скорости са сума от рецесивната скорост, която по закона на Хъбъл е $H_0 r$, скоростта на наблюдателя спрямо галактиката, която е 0, и пекулярната скорост на галактиките A и B спрямо C, които са:

$$v_{PA} = v_A - H_0 r_A = 270 \text{ km/s}$$
$$v_{PB} = v_B - H_0 r_B = 332 \text{ km/s}$$

Знаейки, че тангенциалните скорости на A и B спрямо C са 0, можем да направим чертеж:



По синусова теорема пресмятаме ъглите A и B:

$$\sin A = \frac{BC}{AB}\sin C$$

$$\sin B = \frac{AC}{AB}\sin C$$

Получаваме A = 42,9° и B = 61,1°. От чертежа забелязваме, че радиалната компонента на пекулярната скорост на B спрямо A е

$$v_P = v_{PA}\sin(90° - A) + v_{PB}\sin(90° - B)$$

$$v_P = v_{PA}\cos(A) + v_{PB}\cos(B) = 358\ \mathrm{km/s}$$

Добавяйки темпа на разширение на пространството, радиалната скорост на B спрямо A е

$$v_R = H_0 r + v_P = 3271\ \mathrm{km/s}$$

Червеното отместване на B спрямо A е

$$z = v_R/c = 0{,}01090$$

[5т.]

В) Съвременни методи за пресмятане на разстояния до галактики на 20 – 30 Mpc от нас са:

- метод на цефеидите: от линейната връзка между lg(P) и lg(L) на пулсиращите гиганти от тип δ Cep по кривата на блясъка се пресмята светимостта / абсолютната им звездна величина. От нея и от видимата звездна величина се получава разстоянието.

- връх на клона на червените гиганти (TRGB): за стандартна свещ вместо цефеиди може да се ползват обикновените червени гиганти, които достигат максимална абсолютна звездна величина около –4,0 във филтър I.

- функция на светимостите на планетарните мъглявини (PNLF): планетарните мъглявини се наблюдават в тесноивични OIII филтри, където имат характерно разпределение по поток. То се обвързва с максималната възможна светимост на OIII емисията им, за да се получи разстояние.

- свръхнови от тип Ia: Свръхновите от тип Ia се използват като стандартни свещи на много по-големи разстояния, но с някакъв успех могат да бъдат използвани и за близки галактики. Този метод е най-неточен от изброените, както и най-ненадежден, тъй като свръхнови избухват рядко в близки галактики и няма достатъчно данни за статистика.

- метод на Tully-Fisher: Светимостта на спиралните галактики корелира силно със скоростта им на въртене на 4-та степен. Този метод също е сравнително неточен за близки галактики.

Трябва да се посочат два от изброените методи.

[3т.]

<u>Критерии за оценяване (общо 12 т.):</u>

А) 4 т. Б) 5 т. В) 3 т. (по 1,5т. на метод)

Задача 3. Симбиотична двойна система. Симбиотичните двойни системи обикновено съдържат червен гигант и бяло джудже. Червеният гигант губи маса или защото е запълнил своята зона на Рош, или чрез звезден вятър. Бялото джудже захваща част от тази маса като обикновено тя формира акреционен диск около него. За разлика от катаклизмичните двойни системи, симбиотичните са значително по-широки и, съответно, с много по-големи орбитални периоди.

Нека разгледаме симбиотична двойна система, съставена от червен гигант (А-компонента) с маса 2,25 слънчеви маси, радиус 16 слънчеви радиуса и температура 3100 K и бяло джудже (В-компонента) с маса 0,58 слънчеви маси, радиус 0,012 слънчеви радиуса и температура 24 000 K. Орбиталният период на системата е 400 дни.

А) Какъв е видимият ъглов размер на червения гигант по небето, гледано от бялото джудже, ако разстоянието между тях не се променя? **[4т.]**

Б) Каква е сумарната светимост от фотосферите на компоненти А и В? **[4т.]**

Действителната светимост на системата е 23,6 слънчеви светимости. Тя е по-висока от резултата в **Б)**, тъй като материята в акреционния диск около бялото джудже пада до повърхността му, при което се трие, загрява и свети. Така гравитационната потенциална енергия на материята в диска се превръща в енергия на допълнително лъчение от него.

В) Пресметнете приблизително темпа на акреция към бялото джудже в $M_\odot$/yr – колко слънчеви маси годишно падат на повърхността му. Приемете, че материята пада от много голямо разстояние, значително надвишаващо размера на бялото джудже. **[4т.]**

<u>Справочни данни:</u>

Гравитационна константа: G = 6,67.10^{-11} m^{3}s^{-2}kg^{-1}

Слънчева светимост: 3,83.10^{26} W

Маса на Слънцето: 2.10^{30} kg

Температура на Слънцето: 5770 K

Радиус на Слънцето: 696 000 km

Решение:

А) Намираме разстоянието r между компонентите по III Закон на Кеплер

$$\frac{r^3}{P^2} = \frac{G(M_A + M_B)}{4\pi^2}$$

Получаваме r = 1,50 au.

Видимият ъглов размер на червения гигант по небето, гледано от бялото джудже, е

$$\delta = \frac{2R_A}{r} = 5{,}7°$$

[4т.]

Б) Сумарната светимост от фотосферите на компоненти А и В пресмятаме по закона на Стефан-Болцман:

$$\frac{L_A}{L_\odot} = \left(\frac{R_A}{R_\odot}\right)^2 \left(\frac{T_A}{T_\odot}\right)^4 = 21{,}33$$

$$\frac{L_B}{L_\odot} = \left(\frac{R_B}{R_\odot}\right)^2 \left(\frac{T_B}{T_\odot}\right)^4 = 0{,}04$$
$$L_A + L_B = 21{,}37 L_\odot$$

[4т.]

В) Нека темпът на акреция към бялото джудже е $\Delta M/\Delta t$. Ако масата ΔM пада от безкрайност, където има гравитационна потенциална енергия 0, до радиуса на бялото джудже R_B, то промяната в гравитационната потенциална енергия е

$$\Delta E = -\frac{GM_B \Delta M}{R_B} - 0$$

Ако тази енергия се превръща през кинетична в топлинно лъчение от акреционния диск, то можем да напишем за светимостта на това лъчение

$$L_{ACC} = -\frac{\Delta E}{\Delta t} = \frac{GM_B \Delta M}{R_B \Delta t}$$

Тази светимост е разликата между пълната светимост на системата и светимостта на фотосферите:

$$L_{ACC} = L - (L_A + L_B) = 2{,}2 L_\odot$$

Решаваме и получаваме

$$\frac{\Delta M}{\Delta t} = 1{,}4.\,10^{-9} M_\odot/\mathrm{yr}$$

[4т.]

Критерии за оценяване (общо 12 т.):
А) 4 т. *Б) 4 т.* *В) 4 т.*

Задача 4. Плутон и Нептун. Нека си представим, че орбитите на Плутон и Нептун лежат точно в една равнина. В приложените справочни данни са дадени техните важни за задачата орбитални елементи. Приемете, че орбитата на Нептун е кръгова.

А) Намерете на колко градуса по орбитата на Нептун отстоят една от друга точките, в които двете орбити се пресичат. Може да използвате, че разстоянието от Слънцето на планета с голяма полуос на орбитата a и ексцентрицитет на орбитата e е

$$r = \frac{a(1-e^2)}{1 + e\cos\theta}$$

В тази формула θ е ъгълът перихелий – Слънце – планета. **[3т.]**

Б) Оценете приблизително продължителността на интервала от време, за който Плутон изминава частта от своята орбита, която лежи „вътре“ в орбитата на Нептун. **[3т.]**

Нека си представим, че гравитацията между Нептун и Плутон се изключва и двете планети се сблъскват при орбиталното си движение. Те претърпяват абсолютно нееластичен удар, т.е. след удара започват да се движат като едно тяло, което има маса равна на сумата от началните им маси (пренебрегваме загубата на маса от удара).

В) Пресметнете загубената вследствие на удара механична енергия. **[6т.]**

<u>Справочни данни:</u>

Гравитационна константа: G = 6,67.10^{-11} m^{3}s^{-2}kg^{-1}
Маса на Плутон: 1,30.10^{22} kg
Маса на Нептун: 1,02.10^{26} kg
Голяма полуос на орбитата на Плутон: 39,49 au
Ексцентрицитет на орбитата на Плутон: 0,249
Радиус на орбитата на Нептун: 30,08 au
Маса на Слънцето: 2.10^{30} kg

Решение:

Нека въведем следните означения:
r_N – радиус на орбитата на Нептун
a_P – голяма полуос на орбитата на Плутон
e_P – ексцентрицитет на орбитата на Плутон
M_{SUN} – маса на Слънцето

А) Нека с θ да означим ъгъла на който се намират двете точки на пресичане на двете орбити спрямо направлението към перихелия на Плутон.

Използвайки уравнението на елипса, което е дадено в условието на задачата, имаме че:

$$r_N = \frac{a_P(1 - {e_P}^2)}{1 + e_P\cos(\theta)}$$

От тук получаваме:

$$\cos(\theta) = \frac{1}{e_P}\left(\frac{a_P(1 - {e_P}^2)}{r_N} - 1\right) \approx 0{,}93$$

$$\theta \approx 21{,}6°$$

Следователно ъгълът, на който отстоят двете точки е $2\theta \approx 43{,}3°$

Б) Търсеният интервал от време може да бъде оценен приблизително по няколко начина. Тук ще представим два от тях.

<u>I начин:</u>

Нека да намерим площта S_N от орбитата на Нептун, която радиус-векторът Нептун-Слънце описва за времето, за което тази планета изминава разстоянието между двете точки. Тъй като приемаме орбитата за кръгова, то:

$$S_N = \frac{2\theta}{360^0}\pi {r_N}^2 \approx 342 \text{ au}^2$$

Разстоянието, на което Плутон се намира в перихелия на своята орбита е:

$$r_P = a_P\left(1 - e_p\right) \approx 29{,}66 \text{ au}$$

Това разстояние е приблизително равно на радиуса на кръговата орбита на Нептун (разликата е малко повече от 1%). Поради тази причина, ние можем да приемаме, че двете тела описват една и съща площ от своите орбити при движението си между двете точки на пресичане и тази площ е равна именно на S_N.

За да намерим площта на орбитата на Плутон, трябва първо да пресметнем нейната малка полуос b_P. За тази цел използваме, че:

$$e_P = \frac{\sqrt{{a_P}^2 - {b_P}^2}}{a_P}$$

Получаваме че:

$$b_P = a_P\sqrt{1 - {e_P}^2} \approx 38{,}25\ \mathrm{au}$$

Площта на орбитата на Плутон е:

$$S_P = \pi a_P b_P \approx 4\ 745\ \mathrm{au}^2$$

Нека да намерим орбиталния период на Плутон T_P. Съгласно III закон на Кеплер:

$$\frac{r[\mathrm{au}]_P^3}{T\ [\mathrm{yr}]_P^2} = 1$$

Оттук получаваме, че: $T_P[\mathrm{yr}] = r[\mathrm{au}]_P^{3/2} \approx 248$ год.

Ако търсеният интервал от време е Δt, то съгласно II закон на Кеплер и използвайки приетото приближение:

$$\frac{\Delta t}{T_P} = \frac{S}{S_P}$$

Следователно:

$$\Delta t = \frac{S}{S_P} T_P \approx 17{,}9 \text{ год.}$$

II начин:

Отново ще използваме това, че перихелийното разстояние на Плутон е приблизително равно на радиуса на орбитата на Нептун. Това означава, че докато се намира между двете точки, в които орбитите им се пресичат, разстоянието между Слънцето и Плутон остава практическо еднакво и равно на r_N.

Поради тази причина, можем да приемем, че скоростта на Плутон за този интервал от време остава постоянна и равна на скоростта, с която той се движи в перихелий – v_P. За тази скорост можем да запишем:

$$v_P = \sqrt{\frac{GM_{SUN}}{a_P}}\sqrt{\frac{1 + e_P}{1 - e_P}} \approx 6{,}13\ \mathrm{km/s}$$

Тук ще приемем, че разстоянието d, което Плутон изминава между двете точки е равно на дължината от орбитата на Нептун, съответстваща на дъга, която има централен ъгъл 2θ. Това приближение е удачно, защото в частта между двете точки на пресичане, орбитите на двете тела са много близки една до друга.

За разстоянието d записваме:

$$\frac{d}{2\pi r_N} = \frac{2\theta}{360^0}$$

От тук намираме:

$$d = \frac{2\theta}{360^0} 2\pi r_N \approx 22{,}7 \text{ au}$$

Понеже приехме, че Плутон се движи си постоянна скорост, то търсеният интервал от време е:

$$\Delta t = \frac{d}{v_P} \approx 17{,}58 \text{ год.}$$

Получените по двата метода резултати се различават с по-малко от 2% ☺.

В) Орбиталната скорост на Нептун е:

$$v_N = \sqrt{\frac{GM_{SUN}}{r_N}} \approx 5{,}44 \text{ km/s}$$

Съгласно закона за запазване на механичната енергия, можем да запишем следното уравнение, от което да намерим скоростта v_p на Плутон по време на сблъсъка:

$$-\frac{GM_{SUN}M_P}{2a_P} = \frac{M_p v_P^2}{2} - \frac{GM_{SUN}M_P}{r_N}$$

Оттук:

$$v_P = \sqrt{GM_{SUN}\left(\frac{2}{r_N} - \frac{1}{a_p}\right)} \approx 6{,}06 \text{ km/s}$$

Момента на импулса на орбиталното движение на Плутон можем да изразим чрез следното равенство:

$$L_P = M_P\sqrt{GM_{SUN}a_P(1-e_P^2)}$$

(Тази формула може се използва без да се доказва)

Ако с v_τ означим компонентата на скоростта на Плутон, която е перпендикулярна на радиус-вектора, свърващ Плутон и Слънцето, то може да запишем:

$$L_P = M_P\sqrt{GM_{SUN}a_P(1-e_P^2)} = M_P v_\tau r_N$$

Оттук:

$$v_\tau^2 = \frac{GM_{SUN}a_P(1-e_P^2)}{r_N^2} = \frac{GM_{SUN}(1+e_P\cos(\theta))}{r_N} = v_N^2(1+e_P\cos(\theta)) \approx 6{,}04 \text{ km/s}$$

Използвайки Питагоровата теорема, намираме и компонентата на скоростта на Плутон, която е по радиус-вектора към Слънцето:

$$v_n = \sqrt{v_P^2 - v_n^2} \approx 0{,}45\ \mathrm{km/s}$$

За да намерим енергията на Нептун и Плутон след удара, ще използваме закона за запазване на импулса.

Преди удара компонентата на общия им импулс, която е перпендикулярна на радиус-вектора към Слънцето е:

$$p_\tau = M_N v_N + M_p v_\tau$$

Проекцията на общия импулс, която е насочена към Слънцето е:

$$p_n = M_P v_n$$

Лесно може да се пресметне, че $p_n \ll p_\tau$ (отношението е около 10^5 пъти). Затова можем да приемем, че общият импулс на системата Нептун-Плутон p е равен на p_τ.

Ако ученикът не е обосновал количествено защо пренебрегва p_n следва да се отнеме 1т. от оценката на това подусловие!

Понеже, съгласно закона за запазване на импулса, би следвало общият импулс на системата да се запази, то кинетичната енергия на тялото, което се е формирало след удара е:

$$E_k' = \frac{p^2}{2(M_N + M_P)} = \frac{(M_N v_N + M_p v_\tau)^2}{2(M_N + M_P)}$$

Общата кинетична енергия на двете тела преди удара е:

$$E_k = \frac{M_P v_P^2}{2} + \frac{M_N v_N^2}{2}$$

Загубената при сблъсъка механична енергия е:

$$\Delta E = E_k - E_k' \approx 3{,}64.10^{27}\mathrm{J}$$

<u>Критерии за оценяване (общо 12 т.):</u>

А) 3т.

- За правилно написано уравнение на елипса с конкретните ъгли и разстояние: 1т

- За правилен израз за търсения ъгъл: 1т

- За правилна числена стойност: 1т

Б) 3т.

- За всеки правилно аргументиран и коректно изпълнен метод: 3т.

При проверката трябва да се има предвид, че решенията на учениците може съществено да се различават от авторското.

В) 6т.

- За намиране на скоростта на Нептун: 0,5т.

- За намиране на скоростта на Плутон по време на сблъсъка: 1т.
- За съобразяване на това, че скоростта на Плутон не е перпендикулярна на отсечката Плутон-Слънце и намиране на нейната перпендикулярна компонента: 1т.
- За правилно обяснение защо можем да пренебрегнем компонентата на скоростта на Плутон, която е насочена към Слънцето – 1т.
- За правилно прилагане за закона за запазване на импулса: 1т.
- За изразяване на кинетичните енергии преди и след удара: 1т.
- За изразяване на загубената механична енергия и правилна числена стойност: 0,5т.

Задача 5. Луна в Плеядите. В приложенията разполагате с карта на част от звездното небе, в цилиндрична проекция (Фиг. 3). На картата е посочено положението на Луната и Плеядите. В продължение на няколко месеца Луната ще преминава пред тях. На увеличения участък от картата (Фиг. 2) виждате положението на Луната на 24 февруари 2026 г. Там се вижда и част от орбитата на Луната, както и част от еклиптиката. Скоро след това преминаване се случва пълно лунно затъмнение, а няколко месеца по късно и пълно слънчево затъмнение. И при двете затъмнения Луната преминава през низходящия възел на лунната орбита. При пълната фаза на лунното затъмнение Луната се е намирала на 0°55′ под еклиптиката.

Опитайте се да начертаете на картата на Фиг 3. еклиптиката и проекцията на лунната орбита по небето за февруари/март 2026 г., доколкото е възможно. Определете приблизително кога се случва лунното затъмнение, а след това и слънчевото затъмнение. В кои съзвездия ще се намира Луната тогава? **[12 т.]**

Справочни данни:

Наклон на екватора към еклиптиката – 23°26′
Наклон на орбитата на Луната към еклиптиката – 5°09′

Решение:

Еклиптиката на картата преминава през точката на лятното слънцестоене ($\alpha = 6^h\ 00^m$, $\delta = +23°26'$) и през точката на есенното равноденствие ($\alpha = 12^h\ 00^m$, $\delta = 0°0'$). Има форма на синусоида в тази проекция. Добре е да си спомним, че минава много близо до Регул, който остава на по-малко от половин градус над нея. На картата на Фиг. 2 виждаме, че орбитата на Луната преминава на повече от 4° над еклиптиката. Следователно очакваме в източния край на картата на Фиг. 3 да се намира низходящият възел на лунната орбита. Освен това забелязваме, че фазата на Луната е малко преди първа четвърт. Измерваме отсечката R_1 от левия край на лунния диск до терминатора. Определяме радиуса R на изображението на Луната. Пресмятаме разликата $\Delta R_1 = R_1 - R$ и определяме ъгъла $\Delta\varphi$ на който трябва да се завърти Луната, за да достигне първа четвърт:

$$\Delta\varphi = \arcsin\left(\frac{\Delta R_1}{R}\right) = 6{,}6°$$

Времето за което терминаторът ще се завърти на този ъгъл е:

$$\Delta t = 6{,}6° \cdot \frac{29{,}53\ \mathrm{d}}{360°} = 0{,}54\ \mathrm{d}$$

Средното денонощно движение на Луната на фона на звездите е около 13,2° :

$$\frac{360°}{27{,}32\ \mathrm{d}} = 13{,}2°$$

Следователно за време Δt Луната ще се премести по орбитата си на ъглово разстояние:

$$\Delta l = \Delta t \cdot 13{,}2° = 7{,}13°$$

Там тя ще бъде във фаза първа четвърт. До фаза пълнолуние, където Луната ще бъде по време на пълното лунно затъмнение, ще изминат 7,38 d:

$$\frac{29{,}53\ \mathrm{d}}{4} = 7{,}38\ \mathrm{d}$$

За това време Луната ще измине по небето ъглово разстояние Δl_1:

$$\Delta l_1 = (7{,}38\ \mathrm{d}).13{,}2° = 97{,}4°$$

Нека построим положението на Луната в първа четвърт. Ъгловото разстояние от Луната в първа четвърт до Луната в Плеядите е 7,13°. Орбитата на Луната преминава в горната част на Плеядите и продължава да се издига на изток. Деклинацията на орбитата там е около 25°. Тогава, на височината на Плеядите, между ректасцензиите 4^h и 5^h, ъгловото разстояние не е 15°, а (15°.cos25°)=13,6°. На картата това отговаря на 23,6 mm. На 7,13° върху карта отговаря разстояние:

$$\Delta l_2 = 23{,}6 \cdot \frac{7{,}13°}{13{,}6°} = 12{,}37\ \mathrm{mm}$$

От Плеядите, в източна посока, успоредно на еклиптиката, нанасяме това разстояние и получаваме положението на Луната в първа четвърт. Но ние не можем да построим веднага разстоянието до точката на пълнолуние, защото мащабът на изображение на картата е различен за различни деклинации. Но този ефект може да се минимизира. На картата се намира и точката на лятното слънцестоене и точката на есенното равноденствие. Ъгловото разстояние между тях е 90°. Остава да определим няколко малки разстояния, които няма да внесат големи погрешности в нашите построения.

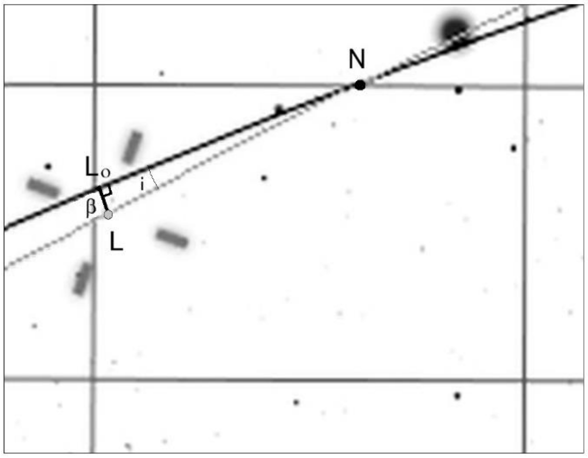
В района на ректасцензия 6^h орбитата на Луната върви почти успоредно на еклиптиката и има средна деклинации около 27°. Тогава:

$$15°.\cos 27° = 13{,}37°$$

Луната в първа четвърт е на около $1{,}7^h$ от ректасцензия 6^h. Това е 1,7×13,37° = 22,72°. Нека разделим разстоянието до пълнолунието на две части: 90° и 7,4°. От лятната точка на слънцестоене до есенната равноденствена точка е точно 90°. За да стигнем близо до точката, в която Луната е в пълнолуние, трябва да се придвижим от точката на есенното равноденствие по еклиптиката на ъгъл:

$$\Delta l_3 = 22{,}72° - 7{,}4° = 15{,}32°$$

Не трябва да забравяме, че в момента на пълнолунието, т.е. на затъмнението, Луната се намира под еклиптиката на $55'$. От там минава и лунната орбита (Фиг. 4)



Фиг. 4

L – положението на Луната върху лунната орбита на разстояние $\beta = 55'$ от еклиптиката. Точка **L_o** лежи върху еклиптиката.

От правоъгълния триъгълник **LL_oN** следва:

$$\mathrm{L_oN} = \frac{\beta}{\mathrm{tg}(i)} \approx 10°$$

Където i = $5°\,9'$ е наклонът на лунната орбита. Следователно на $10°$ на запад, по еклиптиката, се намира низходящият възел на лунната орбита. Виждаме, че той е много близо до звездата Регул.

Като използваме тези две точки, както и началното положение на Луната в Плеядите, построяваме проекцията на лунната орбита, така както се вижда от наблюдателя в края на февруари и началото на март. *Разбира се, това е приблизително построение, защото точното положение на орбитата, възлите на орбитата, както и самата Луна, зависят от положението на наблюдателя върху повърхността на Земята.*

Приблизително моментът на лунното затъмнение може да се определи като се използват средните движения на Луната. Очакваме затъмнението да се случи около пълнолуние, което ще настъпи след $7{,}38$ d + $\Delta t = 7{,}92$ d. Следователно лунното затъмнение ще се е случи около 8 дни след като Луната преминава на фона на Плеядите. След пресмятане получаваме, че най-вероятната дата е 4 март. *В действителност затъмнението ще се наблюдава на 3 март. Причината в разминаването е в ексцентрицитета на лунната орбита. Тогава Луната е близо до перигея на своята орбита и се движи съществено по-бързо от средното си движение по небето. Тук е добре да обърнем внимание, че при Лунното затъмнение, и Луната и земната сянка може да са доста далеч от възела на орбитата, поради големия размер на сянката и поради големия видим размер на Земята, гледана от разстоянието на лунната орбита, което позволява наблюдателят да се намира далеч от линията преминаваща през центровете на Слънцето и Земята, което, от своя страна води до съществен паралактичен ефект.*

На 17 февруари имаше пръстенообразно слънчево затъмнение. На 3 март пълно лунно затъмнение. Логично е да очакваме след около половин драконична година да има затъмнения. Трябва да се опитаме да определим датата на пълното слънчево затъмнение.
В условието е дадено, че то ще се случи отново в низходящия възел на лунната орбита. Само че този път ще бъде пълно слънчево затъмнение. Това означава, че луната ще се намира пак в низходящия възел, но този път много по-точно. Следователно трябва да изминат цял брой сидерични лунни месеца, като се вземе предвид и насрещното движение на възлите на лунната орбита. Може да очакваме възелът да се премести насрещно с около 10 градуса

(1/37 от 360°; драконичният период е около 18,6 години). Освен това Луната ще бъде в новолуние, т.е. ще изминат нечетен брой половинки синодични лунни месеци. Лесно е да се съобрази, че това ще се случи след 6 сидерични месеци и 5,5 синодични месеца. Тези периоди са равни, съответно на 163,9 d и 162,4 d. Вероятно затъмнението ще е след 162 или 163 денонощия. Тръгвайки от 4 март ще стигнем до датата 13 или 14 август. *Това отново е по-късно от истинската дата, 12 август. Тук оказа влияние това, че затъмнението е след афелия на земната орбита, което скъсява продължителността на синодичните месеци, поради по-бавното видимо движение на Слънцето по небето, както и това, че тръгнахме с един ден по-късно, поради неточното определяне на датата на лунното затъмнение.*

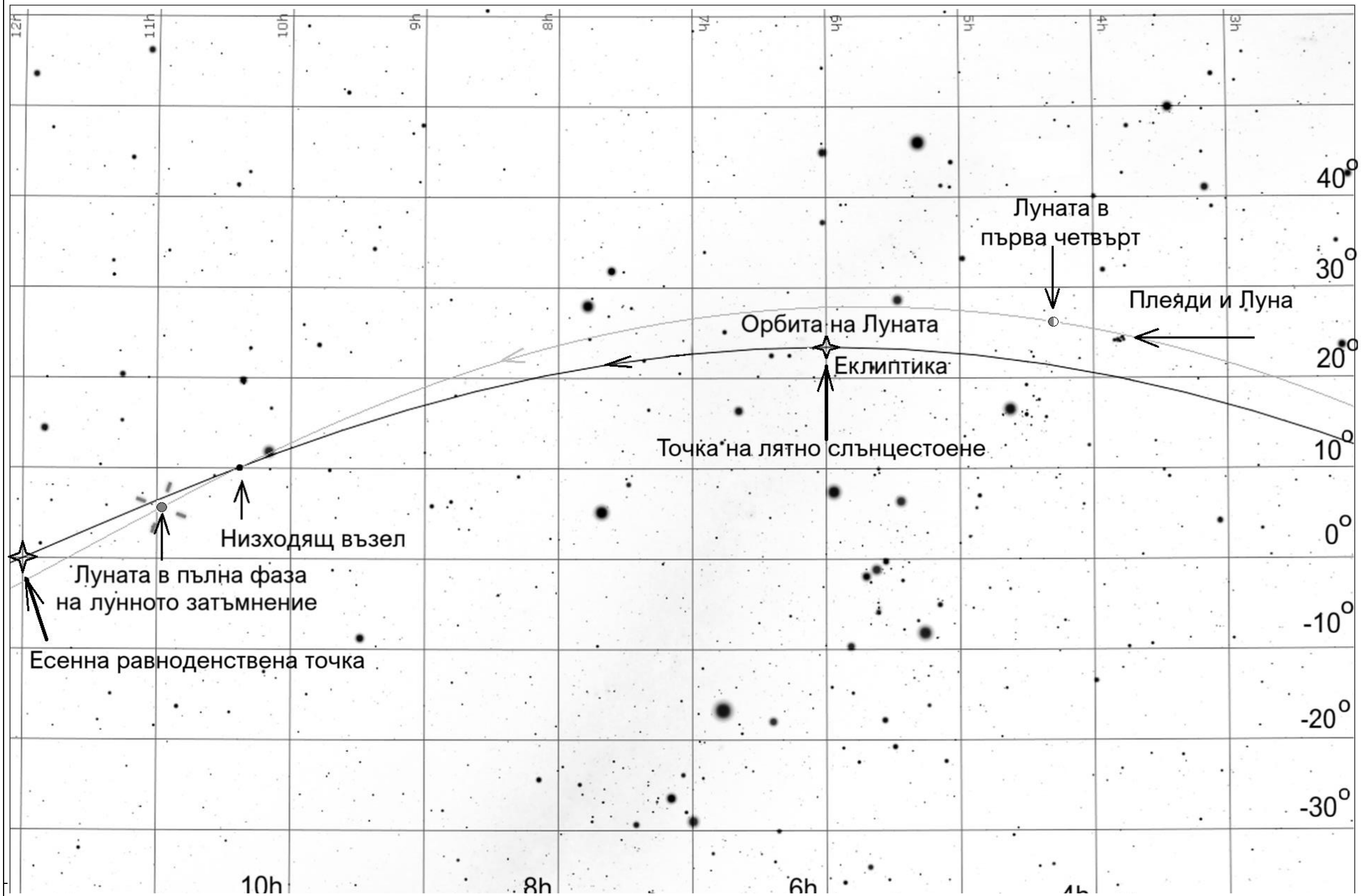
И двете затъмнения ще се случат на фона на съзвездието Лъв.

<u>Критерии за оценяване (общо 12т):</u>
А) 6т
- *За построяване на еклиптиката: 1т.*
- *За определяне на положението на луната в пълнолуние и положението на низходящия възел на лунната орбита: 4т.*
- *За построяване на проекцията на лунната орбита: 1т.*

Б) 2т.
- *За определяне на момента на лунното затъмнение: 2т.*

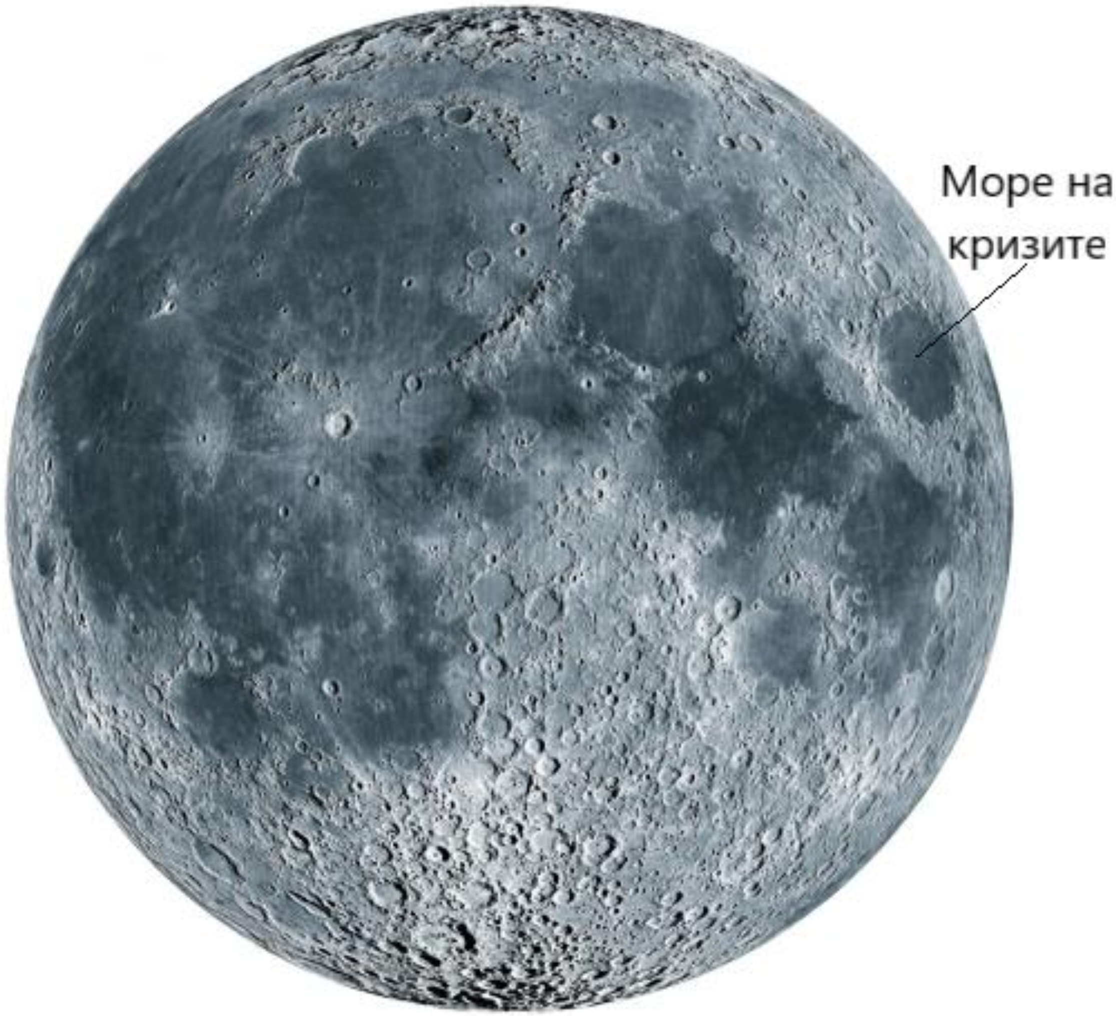
В) 3т.
- *За правилно определяне на вероятния момент на слънчевото затъмнение: 3т.*

Г) 1т.
- *За определяне на съзвездието в което ще се случат затъмненията: 1т.*



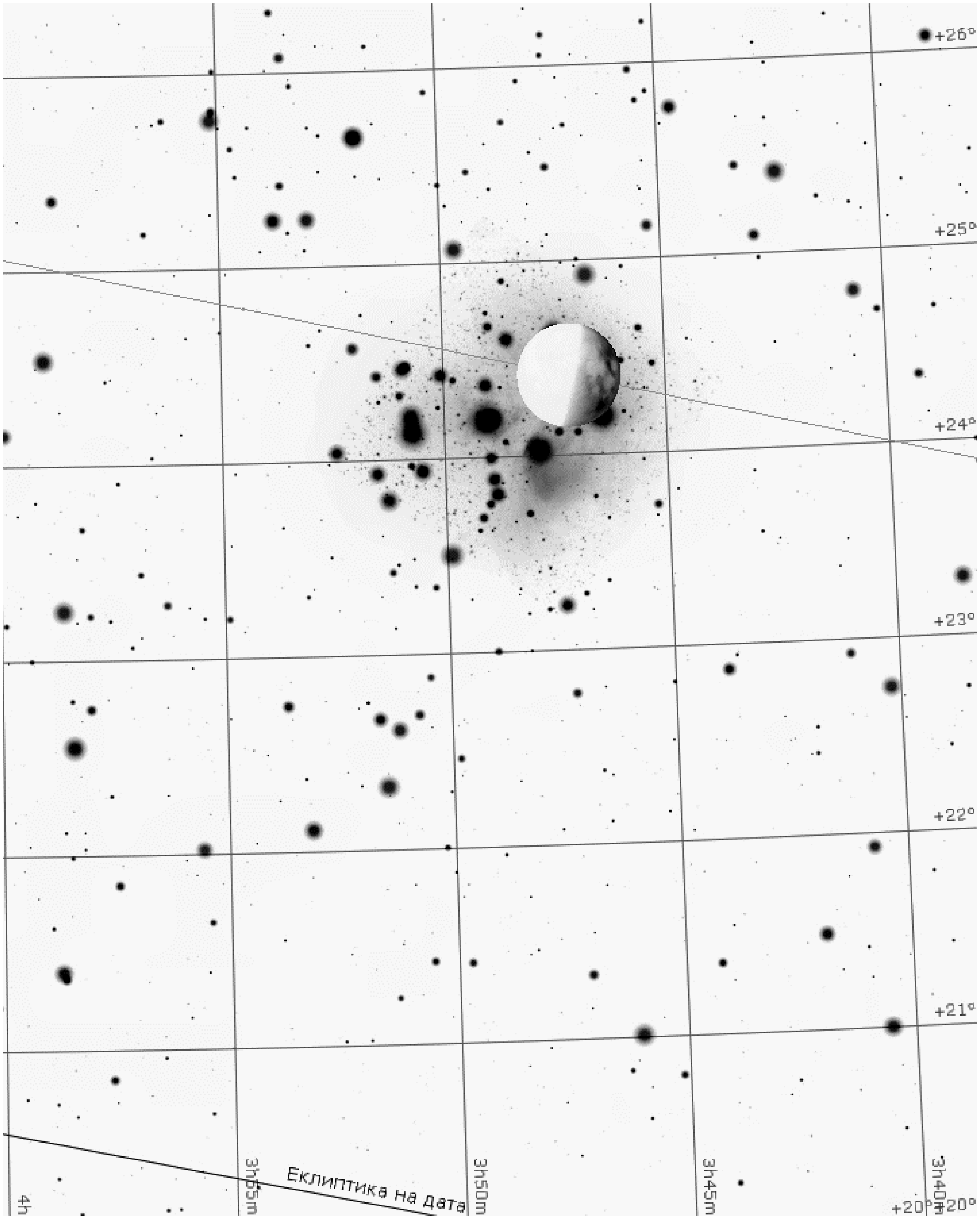
Решение към задачата за Луната. Еклиптика и орбита на Луната.

Фиг. 1 към задача 1.

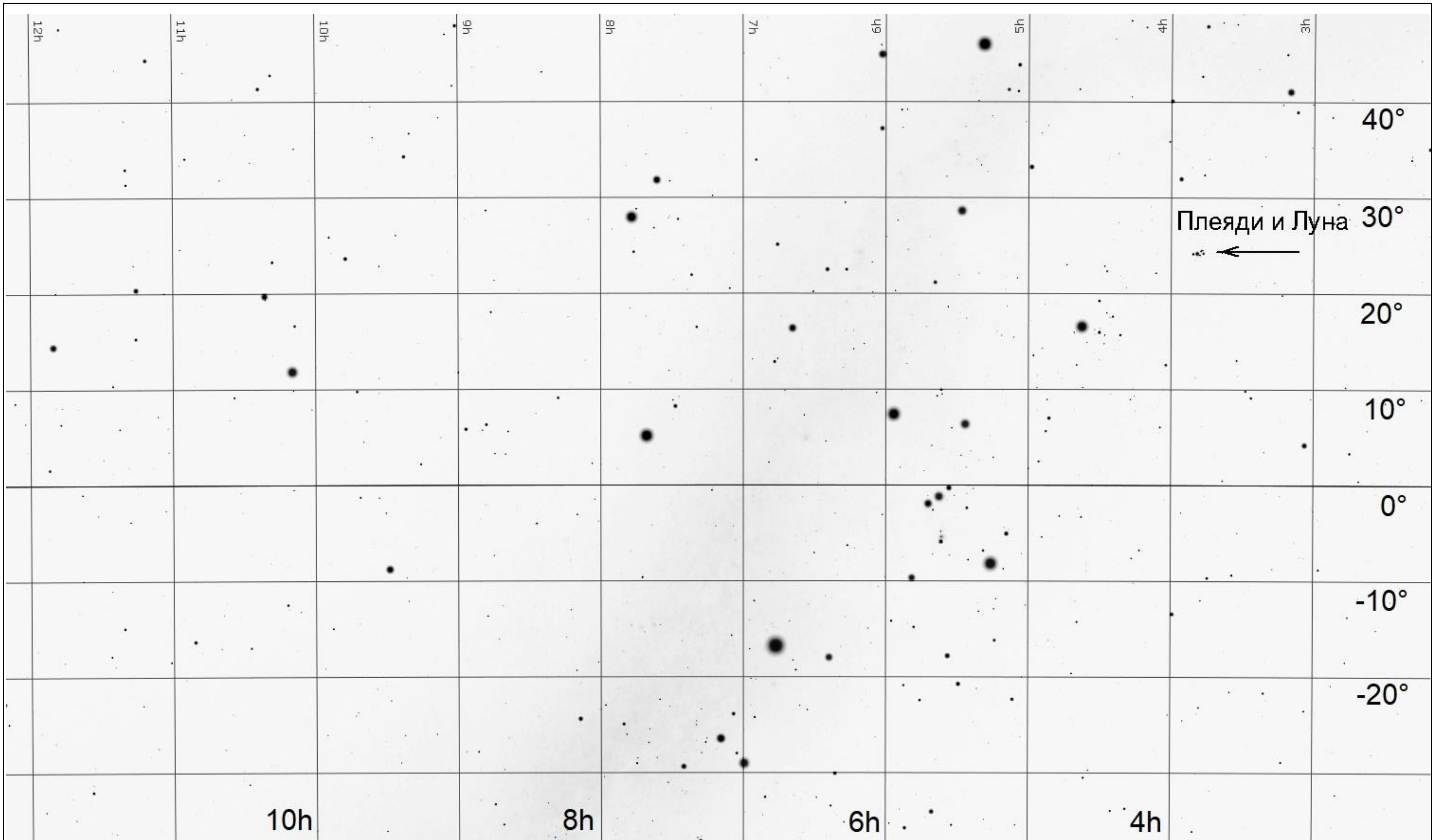


Предайте този лист заедно с решенията си!

Фиг. 2 към задача 5.



Предайте този лист заедно с решенията си!



Фиг 3. към задача 5.
Предайте този лист заедно с решенията си!