

**МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА**  
**НАЦИОНАЛНА КОМИСИЯ ЗА ОРГАНИЗИРАНЕ НА ОЛИМПИАДАТА ПО АСТРОНОМИЯ**  
**XXVIII НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО АСТРОНОМИЯ**

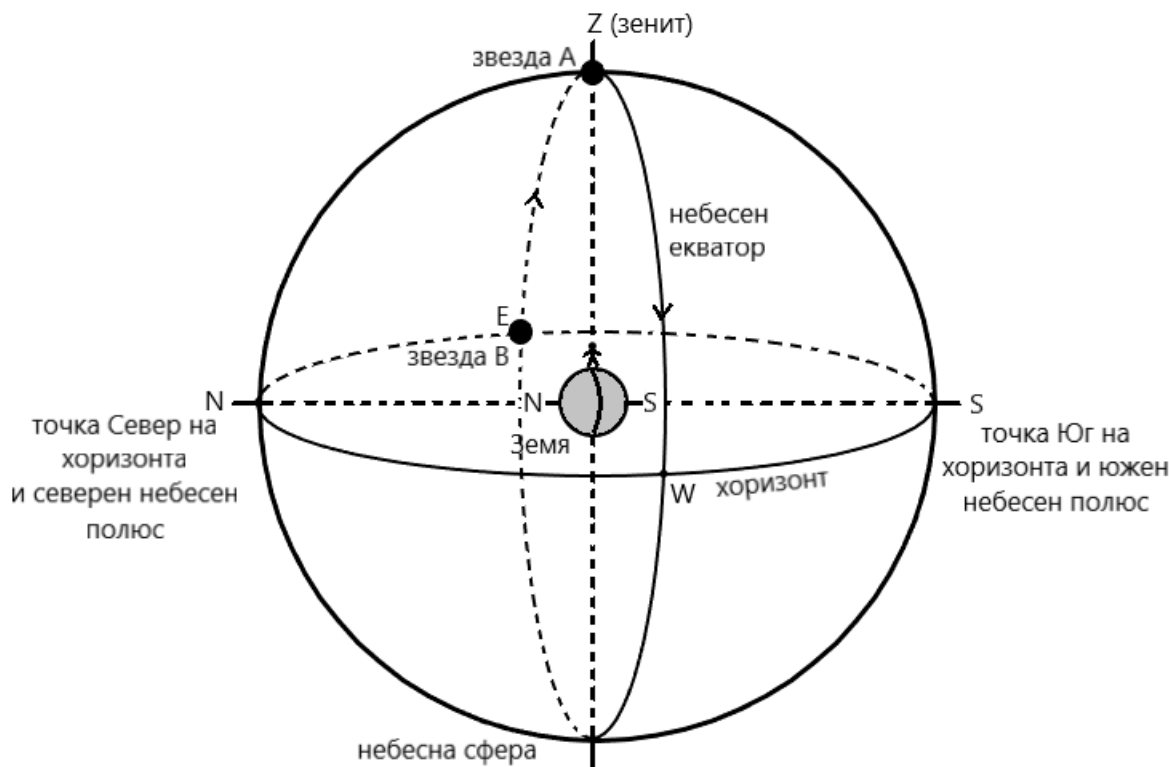
**Областен кръг на олимпиадата по астрономия**  
**23 февруари 2025 г.**  
**Възрастова група VII-VIII клас – Решения**

**Задача 1. Две звезди.** В 20:00 часа виждате две ярки звезди – звезда А е над главата Ви (в зенит), докато звезда В изгрява на хоризонта, право в точката изток. В следващите часове наблюдавате движението на звездите и установявате, че звездата В се издига право нагоре и също достига зенита.

- **А)** Каква е географската Ви ширина? Коя ярка звезда е в точката север на хоризонта и от кое съзвездие е тя? [3 т.]
- **Б)** Колко градуса е височината над хоризонта на всяка от двете звезди в 22:30 на същия ден? [3 т.]
- **В)** В колко часа ще изгрее всяка от двете звезди 17 дни по-късно? Земята се върти около оста си с период 23 часа и 56 минути. [3 т.]
- **Г)** Ако разстоянието от Слънцето до звездата А е 60 светлинни години, а до звездата В – 80 светлинни години, то колко светлинни години е разстоянието от звездата А до звездата В? [3 т.]

**Решение.**

**А)** Наблюдателят е на екватора и има географска ширина  $0^\circ$ . Това може да се докаже по няколко различни начина.



Начин I: Небесният екватор пресича хоризонта в точката изток, съответно деклинацията на звезда В е  $0^\circ$ . Звезда В ще достигне зенита, а деклинацията на зенита е равна на географската ширина.

Начин II: Видимият път на звезда В от изток до зенит минава по голям кръг, а единственият денонощен паралел е небесният екватор. Само в геометрично представяне, в което земният екватор през наблюдателя (успореден на небесния екватор) е перпендикулярен на посоката, в която сочи главата на наблюдателя (зенит), пътят на звезда В ще бъде такъв.

Начин III: Ъгълът между небесния екватор (пътят на звезда В) и хоризонта е  $90^\circ$  – географската ширина. В случая този ъгъл е прав, т.е. географската ширина е  $0^\circ$ .

Земната ос сочи към северния небесен полюс. За наблюдател на екватора той е в точката север на хоризонта. Ярката звезда близо до северния небесен полюс наричаме **Полярната звезда**. Тя се намира в съзвездието **Малка мечка** (Ursa Minor), откъдето и идва обозначението ѝ  $\alpha$  UMi.

**Б)** Времето от 20:00 до 22:30 часа поясно време е с продължителност 2,5 часа. Ако приемем, че Земята се завърта около оста си за приблизително 24 часа, то за това време звездите описват 360-градусов кръг по небето. Ъгъла  $\alpha$ , който ще изминат те за 2,5 часа, пресмятаме с пропорция:

$$\frac{2,5}{24} = \frac{\alpha}{360^\circ}$$

Получаваме  $\alpha = 37,5^\circ$ . За наблюдател на екватора звезда В ще се отмести право нагоре с ъгъл  $\alpha$ , така че в 22:30 височината ѝ ще бъде  **$37,5^\circ$** .

След като звезда В изгрява точно от изток и достига зенит, то звезда А, която в 20:00 е в зенит, е изгряла от изток около 6 часа по-рано. Тя ще продължи по своя път (наречен „денонощен паралел“) в същата посока, която е от зенита право надолу към точката запад. Съответно, височината ѝ ще намалее с  $37,5^\circ$  и в 22:30 ще бъде  $90^\circ - 37,5^\circ = \mathbf{52,5^\circ}$ .

Уточнение. Малко по-точно би било да се използва истинският период на завъртане на Земята около оста, който не е 24 h, а 23 h 56 min = 23,93 h. Така получаваме по-точната стойност  $\alpha = 37,6^\circ$ . Двете височини в 22:30 са съответно  $37,6^\circ$  и  $52,4^\circ$ . Подобна точност не се изисква от учениците.

**В)** За това подусловие вече не можем да закръглим периода на околоосно въртене на Земята до 24 h и трябва да ползваме истинската стойност – 23 h 56 min. Тъй като звездите видимо се завъртат по небето със същия период, а едно денонощие е 24 h, това означава, че всяка звезда повтаря положението си на следващия ден 4 минути по-рано спрямо предишния. След 17 дни положението ще се повтори  $17 \cdot 4 \text{ min} = 68 \text{ min}$  по-рано по часовника.

В дадения ден звезда А изгрява с време равно на  $1/4$  от периода за завъртане преди 20:00, тъй като разстоянието от точката изток до зенита е  $90^\circ$  или  $1/4$  от кръга. Тоест, звезда А изгрява в дадения ден 5 h 59 min преди 20:00 или в 14:01. Звезда В изгрява в 20:00. След 17 дни изгревите на двете звезди ще бъдат  $68 \text{ min} = 1 \text{ час и } 8 \text{ минути}$  по-рано, т.е. в **12:53** (за звезда А) и в **18:52** (за звезда В).

Указание. Грешка до 2 минути в крайния резултат да не се наказва.

Г) Тъй като звездите А и В са на  $90^\circ$  една от друга по небето, то ъгълът А – Слънце – В е прав. В този правоъгълен триъгълник АВ е хипотенуза и можем да намерим размера ѝ по Питагоровата теорема:

$$AB = \sqrt{(60 \text{ ly})^2 + (80 \text{ ly})^2} = 100 \text{ ly}.$$

Критерии за оценяване (общо 12 т.):

- А) Общо – 3 т.
- Б) Общо – 3 т.
- В) Общо – 3 т.
- Г) Общо – 3 т.

**Задача 2. Обърканият бизнесмен.** Един бизнесмен, от гр. Бризбън, Австралия, заминал за важна бизнес среща със свой колега, който живее в Лос Анджелис, САЩ.

На 1 април 2012 г. той излетял от Бризбън, като в момента на излитането часът по местно време бил 11:15. Полетът продължил много дълго време и бизнесменът имал чувството, че е летял няколко денонощия. Когато самолетът се приземил в Лос Анджелис екипажът съобщил, че часът по местно време е 7:30. Изненадата на бизнесмена била огромна, когато той разбрал, че датата е отново ... 1ви април! Въпреки дългия полет той сякаш се е ... върнал във времето!

- А) Какво е обяснението за това „връщане във времето“? [6 т.]

На връщане за Австралия, бизнесменът излетял от Лос Анджелис в 22:10 ч. по местно време на 7 април и се приземил в Бризбън 6:25 ч. на 9 април по местно време за своя австралийски град! Сякаш полетът на връщане е продължил денонощие и половина!

- Б) Каква е продължителността на полета между Бризбън и Лос Анджелис (приемете, че на отиване и на връщане тя е една и съща). [3 т.]
- В) Колко изгрева и залеза е могъл да наблюдава бизнесменът от самолета на отиване и на връщане? Приемете, че и в двете посоки самолетът изминава разстоянието между Бризбън и Лос Анджелис по най-краткия път. [3 т.]

### Решение.

А) Основната причина зад това „пътуване във времето“ е голямата часова разлика между двата града. Бризбън се намира в една от най-източните часови зони, докато Лос Анджелис е в една от най-западните. Поради това, местното време в австралийския град е с голям брой часове „напред“ спрямо местното време на Лос Анджелис. Тази часова разлика със сигурност е по-голяма от продължителността на полета. Затова при пътуване от Бризбън до Лос Анджелис кацането в американския град се осъществява в момент по местно време, който е преди момента по местно време, в който е било излитането от Австралия.

Б) Нека да означим с  $\Delta t_1$  разликата между местните времена на моментите на кацане и излитане при пътуването от Бризбън до Лос Анджелис, а с  $\Delta t_2$  съответната разлика, но за пътуването на връщане. От данните в условието можем да пресметнем, че  $\Delta t_1 = -3 \text{ h } 45 \text{ min}$  и  $\Delta t_2 = 32 \text{ h } 15 \text{ min}$ . Знакът минус в  $\Delta t_1$  показва именно това, че бизнесменът „се е върнал“ във времето.

Сега нека  $T$  да е продължителността на полета, която търсим, а  $X$  да е часовата разлика между двата града. Можем да запишем следните равенства:

$$\Delta t_1 = T - X, \quad \Delta t_2 = T + X.$$

След събиране на двете уравнения и съкращаване на часовата разлика  $X$ , получаваме

$$T = \frac{\Delta t_1 + \Delta t_2}{2} = \mathbf{14\ h\ 15\ min.}$$

Забележка. Можем също да пресметнем, че часовата разлика между двата града е 18 часа, но това не се изисква в задачата.

**В)** Понеже е казано, че самолетът, с който бизнесменът е пътувал, се е движил по най-краткия път, то на отиване той е летял приблизително в посока североизток и е минал над Тихия океан. Той е пресякъл неподвижната линия на смяна на датите (меридианът, който отстои на  $180^\circ$  от Гринуичкия меридиан) от запад на изток и в този момент той се е „върнал“ в датата 1 април. По време на полета си на отиване, бизнесменът е летял в посоката, в която Земята се върти около оста си, което означава, че той се е движил срещу посоката на земния терминатор. Той е излетял в 11:15 по местно време, т.е. малко преди момента на местно пладне. Приземил се е в 7:30, което като време е след часа на изгрева на Слънцето, защото датата е 1 април, а Лос Анджелис е в северното полукуълбо (пролетното равноденствие е било преди 10 дни). Вече знаем, че продължителността на полета е 14 h 15 min. Това означава, че по време на своето пътуване на отиване, бизнесменът е наблюдавал **един залез** (най-вероятно над Тихия океан) и **един изгрев**, малко преди да се приземи в САЩ.

На връщане самолетът е летял в посока от изток на запад по същия път, както и на отиване. Това означава, че при пресичането на неподвижната линия на смяна на датите един ден е бил „добавен“. При своето връщане бизнесменът се е движил в посока, която е обратна на въртенето на Земята около оста. Това означава, че за него дните и нощите са имали по-голяма продължителност от тази за неподвижен наблюдател. Самолетът е излетял в 22:10, което означава, че в този момент Слънцето вече е било залязло за Лос Анджелис. В същия момент от време в Бризбън часът е бил 16:10 на 8 април. Полетът отново трае малко над 14 часа и самолетът се приземява в Австралия в 6:25 на 9 април по местно време. Този момент вероятно е съвсем близо до изгрева на Слънцето (тъй като датата е малко след деня на есенно равноденствие за южното полукуълбо). Следователно, пътуването на бизнесмена на връщане е преминало почти изцяло през нощта. От самолета той е видял **един изгрев** и **нищо един залез**.

Критерии за оценяване (общо 12 т.):

- А)** *Общо – 6 т. Пълен брой точки се присъждат, ако в обяснението за „връщането във времето“ са включени следните опорни точки:*
- *Голямата часова разлика между двата града;*
  - *Местното време в Бризбън е значително „напред“ спрямо това в Лос Анджелис;*
  - *Продължителността на полета е по-малка от часовата разлика.*
- Б)** *За правилни разсъждения, на базата на които може да се пресметне продължителността на полета – 2 т.*  
*За правилна числена стойност – 1 т.*

Забележка. Решенията на участниците тук може значително да се различават от авторското решение, но при правилни разсъждения следва да се присъди пълен брой точки.

- В)** *За правилни разсъждения и верен отговор за брой наблюдавани изгреви и залези на отиване – 1,5 т.*  
*За правилни разсъждения и верен отговор за брой наблюдавани изгреви и залези на връщане – 1,5 т.*

**Задача 3. Неутронни звезди и бели джуджета.** Бялото джудже Сириус В е спътник на звездата Сириус. То има маса, която е равна на масата на Слънцето и радиус равен на 0,81% от слънчевия радиус.

Пресметнете:

- А) Средната плътност на Сириус В. [2 т.]
- Б) До какъв размер трябва да свием планетата Земя, за да придобие средна плътност равна на тази на бялото джудже. [2 т.]

Ракообразната мъглявината (известна още като М1) е остатък от избухването на свръхнова звезда, която е наблюдавана от Земята, през 1054 г. В центъра на мъглявината се намира бързо въртяща се неутронна звезда (пулсар), която също е останала от избухването на свръхновата. Тази неутронна звезда има радиус 10 km и маса 1,4 пъти по-голяма от тази на Слънцето. Тя извършва едно пълно завъртане около оста си за интервал от време  $1/33$  s. Пресметнете:

- В) Средната плътност на неутронната звезда (пулсара) в Ракообразната мъглявина. [2 т.]
- Г) Големината на линейната скорост, с която се върти точка от екватора на пулсара. Каква част от скоростта на светлината е тя? [3 т.]
- Д) С каква скорост трябва да „подскочим“ от повърхността на пулсара, ако искаме да се откъснем завинаги от гравитационното му поле? Каква част от скоростта на светлината е тя? [3 т.]

Ако се намираме на повърхността на кълбовидно тяло с маса  $M$  и радиус  $R$ , то скоростта, която трябва да придадем на един обект на повърхността на тялото, за да напусне гравитационно му поле, се пресмята по формулата

$$v = \sqrt{\frac{2GM}{R}}.$$

Справочни данни:

Маса на Слънцето	$M_{\odot} = 2.10^{30}$ kg
Радиус на Слънцето	$R_{\odot} = 700\,000$ km
Маса на Земята	$M_E = 6.10^{24}$ kg
Скорост на светлината	$c = 3.10^8$ m/s
Гравитационна константа	$G = 6,67.10^{-11}$ m <sup>3</sup> kg <sup>-1</sup> s <sup>-2</sup>

**Решение.**

А) Радиусът на бялото джудже е  $r = 0,0081R_{\odot} = 5\,670$  km. Обема му можем да намерим, използвайки формулата

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3.$$

Тогава средната плътност на бялото джудже е

$$\rho = \frac{M_{\odot}}{V} = \frac{3M_{\odot}}{4\pi r^3} \approx 2,6 \cdot 10^9 \text{ kg/m}^3.$$

Б) Ако означим търсения радиус с  $R$ , то в сила е равенството

$$M_E = \frac{4}{3}\pi R^3 \rho.$$

Оттук намираме

$$R = \sqrt[3]{\frac{3M_E}{4\pi\rho}} = r \sqrt[3]{\frac{M_E}{M_{\odot}}} \approx 82 \text{ km}.$$

В) Означаваме с  $R_1$  радиуса на пулсара, а с  $M_1$  – неговата маса. Аналогично на подусловие А), за плътността му  $\rho_1$  получаваме:

$$\rho_1 = \frac{3M_1}{4\pi R_1^3} \approx 6,7 \cdot 10^{17} \text{ kg/m}^3.$$

Г) Обиколката на екватора на пулсара е  $l = 2\pi R_1$ . Ако с  $P$  означим периода му на въртене около оста, то търсената скорост е

$$v_1 = \frac{l}{P} = \frac{2\pi R_1}{P} \approx 2,1 \cdot 10^6 \text{ m/s}.$$

Тогава имаме

$$\frac{v_1}{c} \approx 6,9 \cdot 10^{-3}.$$

Д) Скоростта, с която трябва да подскочим от повърхността на пулсара, за да напуснем завинаги неговото гравитационно поле, е

$$v_2 = \sqrt{\frac{2GM_1}{R_1}} \approx 1,9 \cdot 10^8 \text{ m/s}.$$

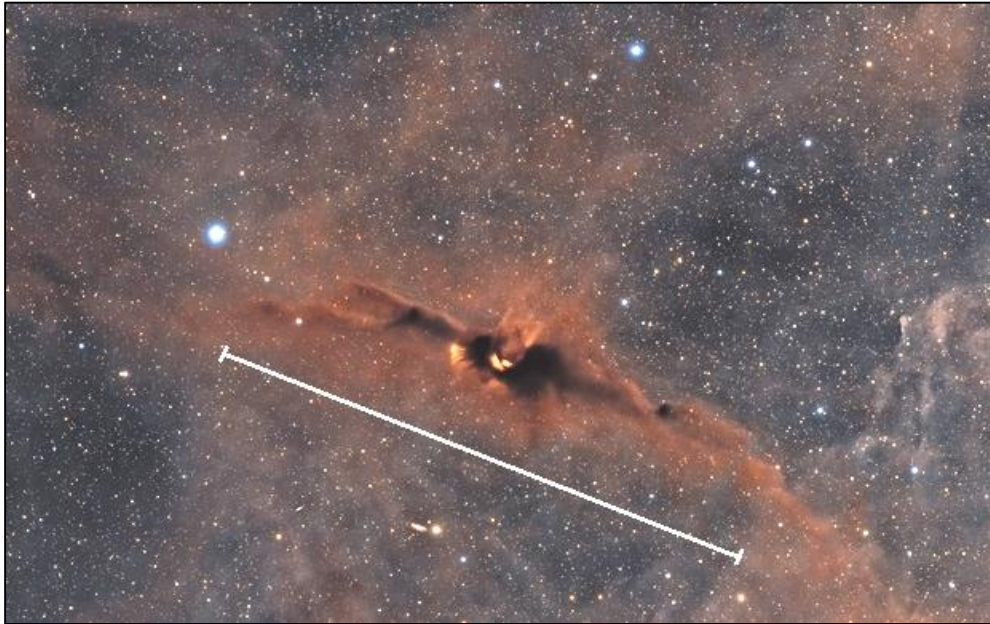
Получаваме, че

$$\frac{v_2}{c} \approx 0,64.$$

Критерии за оценяване (общо 12 т.):

- А) За правилен израз за средната плътност на бялото джудже – 1 т.  
За правилна числена стойност – 1 т.
- Б) За правилен израз за търсения радиус – 1 т.  
За правилна числена стойност – 1 т.
- В) За правилен израз за средната плътност на пулсара – 1 т.  
За правилна числена стойност – 1 т.
- Г) За правилен израз за линейна скорост на точка от екватора на пулсара – 1 т.  
За правилна числена стойност – 1 т.  
За правилно пресмятане каква част от скоростта на светлината е тази скорост – 1 т.
- Д) За правилен израз за скоростта на избягване от повърхността на пулсара и правилна числена стойност – 2 т.  
За правилно пресмятане каква част от скоростта на светлината е тази скорост – 1 т.

**Задача 4. Космически прилеп.** Мъглявината Прилеп, намираща се на разстояние 1400 светлинни години в съвездието Змиеносец, представлява област от вълптно междузвездно вещество, в което се образуват млади звезди. Пред вас е снимка, направена от новозеландския астроном любител Logan Carpenter. Размерите на кадъра са  $3079 \times 1928$  пиксела, а мащабът на изображението е  $1,799''$  (дъгови секунди) на пиксел.



- **А)** Направете необходимите измервания и определете приблизително видимия ъглов размер на „размаха“ на крилата на прилепа в градуси. Един градус е равен на 60' (дъгови минути), а 1 дъгова минута е равна на 60'' (дъгови секунди). Пресметнете размаха на крилата в светлинни години. Линеиният размер на обект с видим ъглов размер  $1^\circ$  е 57,3 пъти по-малък от разстоянието до него. [5 т.]  
 Централната част на мъглявината има приблизителни координати ректасцензия  $\alpha = 16^{\text{h}}30^{\text{m}}$  и деклинация  $\delta = -15^\circ47'$ . Прилепите прекрасно могат да летят нощем, защото се ориентират чрез ехолокация. Но от октомври до март те спят зимен сън. Млад астроном, любител на прилепите, фотографира със своя телескоп мъглявината Прилеп в нощ, когато около 0 часа тя се издига най-високо над хоризонта.
- **Б)** Възможно ли е той по същото време да види и летящи прилепи? [5 т.]  
Упътване: В деня на пролетното равноденствие ректасцензията на Слънцето е  $\alpha = 0^{\text{h}}$ . Ректасцензията е координата, която показва на кой небесен меридиан се намира даден обект.  
 Да предположим, че извънземни астрономи наблюдават същата мъглявина (или същата съвкупност от звезди, родени в нея) след 100 милиона години.
- **В)** Опишете накратко какви събития биха могли да се случат и какви изменения биха могли да настъпят дотогава в процеса на развитието на тези обекти. [2 т.]

### Решение.

**А)** Хоризонталният ъглов размер на кадъра е  $3079 \text{ пиксела} \times 1,799'' = 5539,121''$ . Вертикалният ъглов размер е  $1928 \text{ пиксела} \times 1,799'' = 3468,472''$ . Измерваме размерите на изображението в милиметри. Хоризонталният размер е 160 mm, а вертикалният размер е 100 mm. За по-голяма точност пресмятаме мащаба и по двете страни:

$$\frac{5539,121''}{160 \text{ mm}} \approx 34,62''/\text{mm},$$

$$\frac{3468,472''}{100 \text{ mm}} \approx 34,68''/\text{mm}.$$

Намираме средния мащаб:

$$\frac{34,62 + 34,68}{2} = 34,65''/\text{mm}.$$

Измерваме по означената отсечка размаха на крилата на прилепа. Той е 90 mm. С помощта на мащаба го превръщаме в дъгови секунди и след това в градуси:

$$90 \text{ mm} \cdot 34,65''/\text{mm} = 3118,5'' = 0,86625^\circ.$$

Това е видимият ъглов размах на крилата на прилепа. Щом разстоянието до него е 1400 светлинни години, то линейният размах на крилата ще бъде

$$\frac{0,86625^\circ}{360^\circ} \cdot 2\pi \cdot 1400 \text{ ly} = \frac{0,86625^\circ \cdot 1400}{57,3} \approx 21 \text{ ly}.$$

**Б)** Ректасцензията на централната част на мъглявината е  $\alpha = 16^{\text{h}}30^{\text{m}}$  и астрономът любител на прилепи я наблюдава най-високо над хоризонта (в горна кулминация) в полунощ (0 часа). В полунощ Слънцето е в долна кулминация, следователно то се намира на диаметрално противоположния небесен меридиан спрямо меридиана, на който е мъглявината. Това означава, че ректасцензията на Слънцето е

$$\alpha_{\odot} = \alpha - 12^{\text{h}} = 4^{\text{h}}30^{\text{m}}.$$

Ректасцензията на Слънцето в деня на пролетното равноденствие (обикновено 21 март) е равна на  $0^{\text{h}}$  и нараства с около  $2^{\text{h}}$  за един месец. Оттук следва, че астрономът фотографира мъглявината Прилеп приблизително през юни месец и наистина **би могъл** да види летящ нощен прилеп, защото тогава прилепите не спят зимен сън.

Бихме могли да стигнем до това заключение и от факта, че мъглявината Прилеп се намира в съзвездие Змиеносец, а това съзвездие се издига най-високо в небето в средата на нощта именно в началото на лятото.

**В)** В мъглявината Прилеп се наблюдават процеси на образуване на млади звезди, които още са всъщност в стадия на протозвезди. Ако след 100 милиона години я наблюдават извънземни същества от разстояние, не много различно от разстоянието, на което е тя сега от нас, те биха видели звездите в нея в стадии на еволюция, които в една или друга степен се различават от сегашните. В ядрата на повечето звезди, с изключение на най-масивните, ще протичат термоядрени реакции на синтез на хелий от водород и тези звезди ще бъдат в най-продължителния си стадий на равновесие. Най-масивните звезди вече ще са избухнали като свръхнови и ще са се превърнали в неутронни звезди или черни дупки. Част от веществото на мъглявината ще се е превърнало в звезди, а останалата част от нея под действие на мощното лъчение и звездния вятър на горещите масивни звезди ще се е разсеяла в междузвездната среда. Родените в мъглявината звезди ще образуват звезден куп, но с голяма вероятност до това време те ще са се разпръснали в пространството и звездният куп ще е престанал да съществува като формация.

Критерии за оценяване (общо 12 т.):

**А)** За измерване по снимката и определяне на мащаба – **3 т.**

За пресмятане и правилен отговор за размаха на крилата – **2 т.**

Забележка. Поради различните мащаби на отпечатване на картинката на различните места, където се провежда олимпиадата, участниците могат да получат леко различаващи се резултати. При оценяването следва да се има предвид правилният метод на работа.

**Б)** За правилни разсъждения относно времето от годината, когато се наблюдава мъглявината – **3 т.**

За правилен краен извод относно възможността да се видят прилепи – **2 т.**

Забележка. Ако участникът се е позовал на свои знания относно видимостта на съзвездие Змиеносец и не е разсъждавал върху ректасцензията на мъглявината, при правилен извод това под условие да се оценява с **3 т.**



**В)** За разсъждения относно това как ще се вижда мъглявината след 100 милиона години – 2 т.

**Задача 5. Колонизатори на Плутон.** На общинския кръг на олимпиадата се запознахте с планетата джудже Плутон. Средното разстояние Слънце-Плутон е 39,5 au. Ексцентрицитетът на орбитата на Плутон е 0,25, т.е. максималното разстояние Слънце-Плутон е с 25% по-голямо от средното, а минималното – с 25% по-малко от средното. Плутон обикаля около Слънцето за 248 години.

Представете си, че през 2113 г., когато Плутон е в афелий (най-далече от Слънцето), е изградена термоизолирана база на Плутон, откъдето земните колонизатори успяват да извършват астрономически наблюдения въпреки външната температура от  $-229\text{ }^{\circ}\text{C}$ .

- **А)** Колонизаторите на Плутон са в непрестанен контакт с контролния център на Земята, но не получават отговори веднага, тъй като отнема известно време на радиосигналите, движещи се със скоростта на светлината във вакуум  $c = 300\,000\text{ km/s}$ , да изминат нужните разстояния. Колко най-малко часа след като са изпратили съобщение до Земята през 2113 г. могат колонизаторите да очакват отговора на това съобщение? [5 т.]
- **Б)** В следващия век видимият блясък на Слънцето за наблюдателите на Плутон ще се усилва до достигането на перихелия на Плутон през 2237 г. Астрономите на Плутон ще установят опитно, че при наблюдения с телескоп с много голямо увеличение повърхностната яркост на слънчевия диск (т.е. колко е ярка точка от образа на Слънцето) не се променя с приближаването до Плутон. Колко пъти по-ярко ще е Слънцето на небето на Плутон през 2237 г., в сравнение с 2113 г.? [4 т.]
- **В)** Въпреки че Плутон е много далече, колонизаторите на Плутон няма да са осезаемо по-близо до звездите от наблюдателите на Земята. Приблизително колко пъти по-голямо спрямо максималното разстояние Слънце-Плутон е разстоянието от Слънцето до най-близката звезда? [3 т.]

Справочни данни:

Една светлинна година (ly) е 63240 au, а  $1\text{ au} = 149,6 \cdot 10^6\text{ km}$ .

**Решение.**

**А)** Орбитата на Плутон има голяма полуос (равна на средното разстояние до Слънцето)  $a = 39,5\text{ au}$  и ексцентрицитет  $e = 0,25$ . В условието тези параметри са указани с думи. Афелийното разстояние до Слънцето намираме по формулата

$$r_A = a(1 + e) = 49,375\text{ au}.$$

Това ще е разстоянието Слънце-Плутон през 2113 г.

Ако колонизаторите изпратят съобщение до Земята през 2113 г., времето за получаване на отговор би било минимално, ако Земята е най-близо (ако Слънце-Земя-Плутон са на една права линия). Тогава разстоянието Плутон-Земя би било  $r_A - 1\text{ au}$ , сумарният път на съобщението и отговора би бил  $2(r_A - 1\text{ au})$ , а минималното търсено време би било

$$t = \frac{2(r_A - 1\text{ au})}{c} = \frac{96,75\text{ au}}{c} = \frac{96,75 \cdot 149,6 \cdot 10^6\text{ km}}{300000\text{ km/s}} = 48246\text{ s} = \mathbf{13,4\text{ h}}.$$

Б) Разстоянието Слънце-Плутон в перихелий е

$$r_p = a(1 - e) = 29,625 \text{ au.}$$

Отношението максимално/минимално разстояние (афелий/перихелий) е

$$\frac{r_A}{r_p} = \frac{a(1 + e)}{a(1 - e)} = \frac{1,25}{0,75} = 5/3.$$

Подусловието може да се реши по два начина.

Начин I: Яркостта (лъчистият поток на единица площ) от звезда е пропорционална на  $1/r^2$ , където  $r$  е разстоянието до звездата. Тогава отношението на яркостите в перихелий и в афелий ще бъде  $(5/3)^2 = 25/9 = \mathbf{2,78}$  пъти.

Начин II: В условието е указано, че повърхностната яркост на точка от слънчевия диск се запазва при промяна на разстоянието. Следователно яркостта на цялото Слънце ще зависи от видимата ъглова площ на слънчевия диск, която зависи от ъгловия му размер на 2-ра степен. Ъгловият размер е обратнопропорционален на разстоянието. Затова отношението на яркостите на Слънцето за Плутон в 2237 г. и в 2113 г. ще бъде  $(5/3)^2 = \mathbf{2,78}$  пъти.

В) Разстоянието от Слънцето до най-близката звезда Проксима е  $4,25 \text{ ly} = 268770 \text{ au}$ . Максималното разстояние Слънце-Плутон (от подусловие А) е  $49,375 \text{ au}$ . Отношението на двете разстояния е около **5440**. Ако достигнем Плутон, ще сме на по-малко от  $1/5000$  част от пътя до най-близката звезда.

Критерии за оценяване (общо 12 т.):

А) Общо – 5 т.

Б) Общо – 4 т.

В) Общо – 3 т. (Ориентировъчни критерии: Отношение 4000 – 7000: 3 т., 1000 – 15 000: 2 т., 200 – 50 000: 1 т.)