

МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА XXIII НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО АСТРОНОМИЯ

Национален кръг на олимпиадата по астрономия

27 юни 2020 г.

Възрастова група VII-VIII клас – решения

1 задача. Слънце над хоризонта. След 15 години планиране и 5 неуспешни опита в 5 различни години, на 21 декември 2005 година любителят астроном Гийом Дарго най-после успява да направи серия снимки на Слънцето в продължение на едно пълно денонощие от новооткритата френско-италианска изследователска база „Конкордия“, намираща се на високо и равно плато в Антарктида. Снимките са насложени върху 360 градусова панорама, направена в района на станцията, на точните места, в които се е намирало Слънцето, когато е било снимано.



В приложенията ще намерите два увеличени черно-бели варианта на снимката – позитив и негатив. Работете върху по-удобната за вас снимка – по избор.

- А) Начертайте с молив денонощния път на Слънцето върху една от двете снимки. Означете със стрелка посоката, в която Слънцето е описало този път по небето. Отбележете в кое положение е било Слънцето в 12 ч. и в кое положение е било то в 0 ч. по местно време.

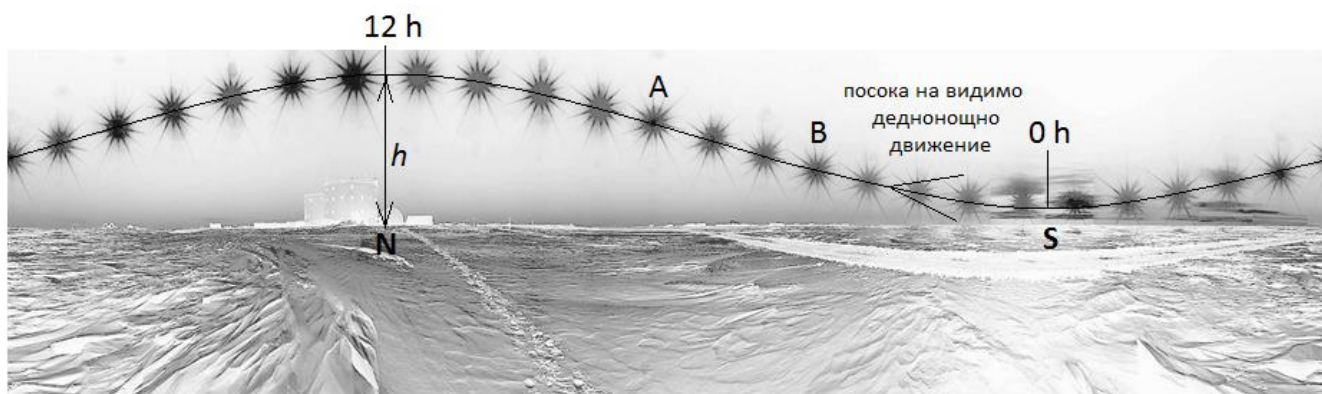
На снимката денонощният път на Слънцето изглежда вълнообразен поради проекцията, в която е изобразен. Имайте предвид, че самото Слънце не се вижда. Светлото петно с лъчи е ярката област от небето около Слънцето. Изображението на самото Слънце е много малко и се намира в пресечната точка на лъчите на всяко от кръглите светли петна, които се виждат на снимката.

- Б) През какъв интервал от време са получавани индивидуалните изображения на Слънцето? На колко градуса се намират те едно от друго? Определете географската ширина на антарктическата база „Конкордия“. Обяснете използвания от вас метод. Наклонът на земния екватор към орбиталната равнина на Земята (еклиптика) е 23.5° .

Решение:

Очертаваме видимия денонощен път на Слънцето с плавна линия през центровете на слънчевите изображения. Слънцето се издига най-високо над хоризонта по пладне, или в 12 часа по местно слънчево време. От очертания от нас път на Слънцето се вижда, че точно в 12 часа фотографът не го е заснел, но можем да отбележим точката, където е бил центърът на Слънцето в този момент. В 0 часа по местно слънчево време, или в полунощ, Слънцето е било най-ниско над хоризонта. Отбелязваме и това положение по линията на видимия път на Слънцето.

Видимото денонощно движение на Слънцето по небето става от изток на запад. В северното полукълбо ние сме свикнали да го наблюдаваме отляво надясно, защото Слънцето кулминира на юг. Но в южното полукълбо Слънцето достига най-високата си точка над хоризонта по пладне в посока север и когато ние го наблюдаваме, обръщайки се с лице към север, неговото видимо денонощно движение по небето ще бъде отляво надясно. Отбелязваме тази посока на снимката.



На снимката можем да преброим 23 цели изображения на Слънцето и две половинки в двата края. Тъй като снимката представлява 360-градусова панорама, можем да заключим, че на нея са изобразени 24 положения на Слънцето, фотографирани очевидно през интервал от 1 час. Ъгловото разстояние между две съседни изображения на Слънцето ще бъде $360^\circ / 24 = 15^\circ$. Това може да ни послужи за определяне на ъгловия мащаб на снимката. *(Разбира се, тук не отчитаме редица фактори, като особеностите на проекцията или това, че Слънцето при денонощното си движение, в разглеждания случай, не се движи по голям кръг. Въпреки това оценката за географската ширина на базата се получава достатъчно реалистична.)*

Избираме две изображения на Слънцето, означени на снимката с А и В. Те се намират върху участък от видимия път на Слънцето, който е почти праволинеен. Измерваме разстоянието между центровете на двете изображения. То се оказва 31.5 mm. Това разстояние съдържа 3 интервала от 15° . Разделяме го на 45° и получаваме, че на 0.7 mm от снимката съответства 1° . Постъпваме по този начин, защото така ще получим по-точен резултат, отколкото ако измерим разстоянието в милиметри между две съседни изображения на Слънцето. Измерваме височината на Слънцето над хоризонта в горна кулминация върху снимката и тя се оказва 27.5 mm. Като използваме получения мащаб, определяме височината на Слънцето в градуси:

$$h = \frac{27.5 \text{ mm}}{0.7 \text{ mm}} \cdot 1^\circ \approx 39.3^\circ$$

Снимката е направена на 21 декември – съвсем близо до лятното слънцестояние в южното полукълбо. Следователно можем да приемем, че деклинацията на Слънцето е $\delta = -23.5^\circ$. Височината на Слънцето над хоризонта по пладне ще бъде:

$$h = 90^\circ - \varphi + |\delta|$$

където φ е географската ширина на антарктическата база. Оттук получаваме:

$$\varphi = 90^\circ - h + |\delta|$$

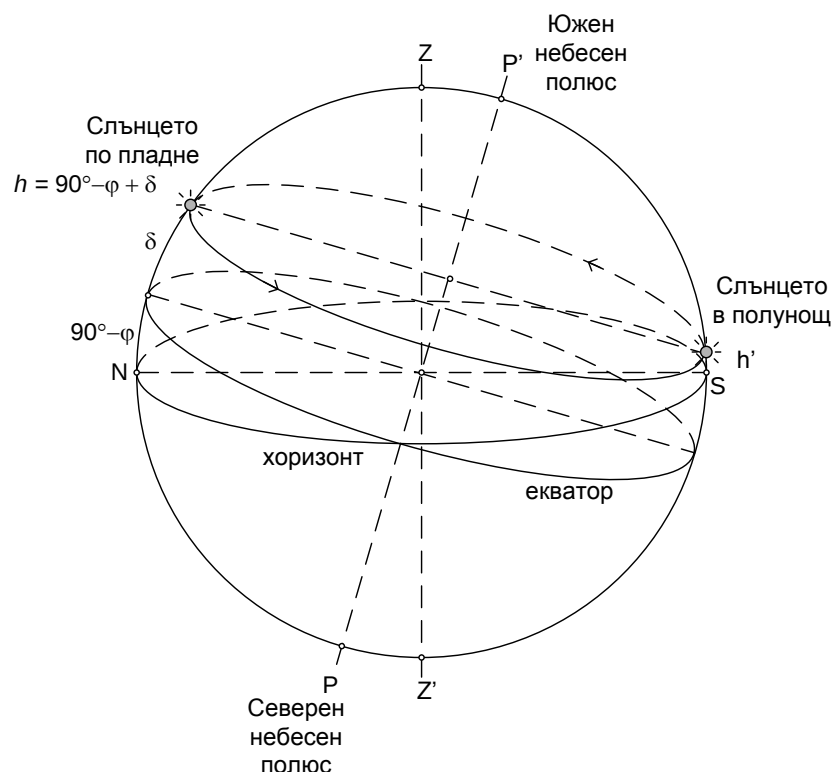
$$\varphi \approx 74^\circ \text{ южна ширина}$$

Можем да използваме и друг начин. Измерваме височината на Слънцето в долна кулминация – в точката юг. Получаваме 4.5 mm, които съответстват на височина $h' = 6.4^\circ$. Разликата между височините на Слънцето в горна и долна кулминация, разделена на две, ще бъде равна на ъгловото разстояние между зенита на дадения наблюдателен пункт и южния небесен полюс:

$$\frac{h - h'}{2} = 16.1^\circ$$

Географската ширина ще бъде:

$$\varphi = 90^\circ - 16.1^\circ \approx 74^\circ \text{ южна ширина}$$



Нашите измервания не могат да бъдат много точни, не само защото използваме линия или триъгълник с точност до 0.5 mm, но и защото точката север на хоризонта, където кулминира Слънцето, се намира над съвсем леко издигната част от релефа на мястото на наблюдение. Освен това, особеностите на проекцията деформират мащабите, което не позволява да се получат съвсем точни резултати. Действителната географска ширина на антарктическата база е приблизително 75°.

Критерии за оценяване (общо 15 т.):

За очертаване на пътя на Слънцето по небето – 1 т.

За правилно означаване на посоката на движение на Слънцето и обяснение – 2 т.

За правилно означаване на моментите 0 ч. и 12 ч. – 2 т.

За определяне на интервала от време, през който са заснети изображенията – 2 т.

За правилен математически метод за определяне на географската ширина – 4 т.

За измервания и пресмятания – 3 т.

За верен краен резултат – 1 т.

2 задача. Марсиански лунни. Вие давате дежурство в обсерваторията „Аелита“, построена на марсианския екватор. Надничате през илюминатора на херметичната база и виждате, че прашната буря най-после е свършила. Бързо обличате скафандъра и отваряте купола на телескопа, за да започнете наблюденията.

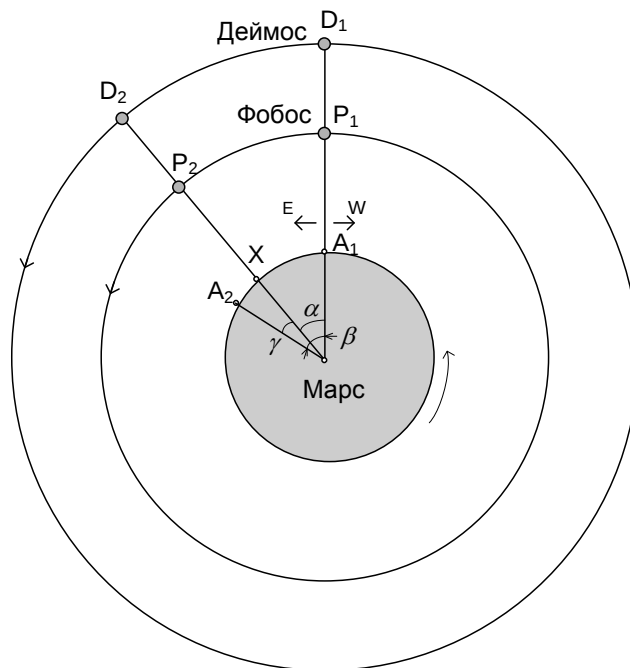
- А) Над хоризонта се появява Деймос, който бавно се издига нагоре. По-късно изгрява и Фобос. От каква посока изгрява спътникът Деймос – от изток или от запад? А спътникът Фобос?
- Б) След известно време виждате двата спътника в зенита, точно един пред друг. През какъв период се повтарят моментите на максимално сближение на двата спътника при движението им по техните орбити?
- В) Когато се случи следващата такава конфигурация на спътниците, те ще могат да се виждат едновременно в зенита от друга някаква точка на марсианския екватор. На колко градуса

по марсианска планетографска дължина отстои тази точка от обсерваторията „Аелита“? В каква посока се намира тя?

Периодът на околоосно въртене на Марс е 24.623 часа. Фобос и Деймос се движат по орбитите си в същата посока, в която Марс се върти около своята ос. Техните орбитални периоди са 7.66 часа за Фобос и 30.35 часа за Деймос. Приемаме, че орбитите им са кръгови и лежат в една равнина, съвпадаща с равнината на марсианския екватор.

Решение:

По принцип можем да приемем, че посоката, в която се върти една планета около оста си, ще наричаме изток. Въртенето на Марс около неговата ос става от запад на изток. Следователно за наблюдателя на марсианската повърхност видимото движение на сферата на неподвижните звезди ще става от изток на запад. Двата спътника се движат около планетата в същата посока, в която тя се върти около оста си. Деймос обикаля около Марс за по-дълъг период от периода на околоосно въртене на Марс. Следователно за марсианския наблюдател този спътник ще изостава от точките по повърхността на планетата, така че ще изгрява от изток и ще залязва на запад. Но той ще изостава от видимото денонощно въртене на звездното небе и неговите изгреви ще стават през период от време по-дълъг от марсианското звездно денонощие. Спътникът Фобос има много кратък орбитален период – по-кратък от периода на околоосното въртене на Марс. При своето орбитално движение от запад на изток той ще изпреварва точките от марсианската повърхност. Това означава, че за марсианския наблюдател той ще изгрява от запад и ще залязва на изток.



На схемата с A_1 сме означили местоположението на марсианската обсерватория „Аелита“ в първия момент, когато спътниците Фобос (P_1) и Деймос (D_1) са едновременно в зенита за дежурния астроном. Нека T_M да бъде периодът на околоосно въртене на Марс, а T_P и T_D да бъдат орбиталните периоди на Фобос и Деймос. Максималните сближавания между двата марсиански спътника се случват, когато те са от една и съща страна на планетата и на една права линия с нейния център. Това става през период T' , за който можем да използваме формула подобна на формулата, по която пресмятаме синодичните периоди на планетите:

$$\frac{1}{T'} = \frac{1}{T_P} - \frac{1}{T_D}$$

$$T' = \frac{T_P T_D}{T_D - T_P}$$

$$T' \approx 10.25 \text{ h}$$

За време T' спътникът Деймос ще измине определен ъгъл от своята орбита, който ще бъде:

$$\alpha = 360^\circ \cdot \frac{T'}{T_D} \approx 121.5^\circ$$

Фобос ще направи една пълна обиколка около Марс плюс известна част от следващата си обиколка и двата спътника отново ще бъдат на една права линия с центъра на планетата – в точките D_2 и P_2 . За същото това време T' самият Марс ще се завърти на ъгъл β , който също можем да определим:

$$\beta = 360^\circ \cdot \frac{T'}{T_M} \approx 149.7^\circ$$

Тъй като $\beta > \alpha$, обсерваторията „Аелита“ ще се окаже в точка A_2 и новата точка X , над която двата марсиански спътника ще се виждат едновременно в зенита, ще се окаже на запад от обсерваторията. Разстоянието по планетографска дължина между точките A_2 и X ще бъде:

$$\gamma = \beta - \alpha = 28.2^\circ$$

Критерии за оценяване (общо 15 т.):

За правилно посочване на посоките на изгрева на Фобос и Деймос и обяснение – 3 т.

За правилно определяне на периода, през който стават максималните есближавания между двата спътника – 3 т.

За правилен метод за определяне на новото положение на спътниците при следващото им максимално сближаване – 3 т.

За отчитане на завъртането на Марс и определяне на новата ориентация на обсерваторията – 2 т.

За правилно определяне на отстоянието на обсерваторията от точката, над която спътниците са в зенита – 2 т.

За правилно посочване на посоката от обсерваторията към точката, над която спътниците са в зенита – 2 т.

3 задача. Ъглови диаметри. Дадена ви е диаграма, показваща изменението на видимите от Земята ъглови диаметри на планетите с времето.

- А) Кои от графиките се отнасят за планетите Венера и Юпитер? Обяснете вашия отговор.

- Б) Направете необходимите измервания по графиката и като използвате таблицата, определете на какви разстояния от Земята ще бъдат Венера и Юпитер на 1 ноември 2020 г.

- В) Начертайте орбитите на Венера, Земята и Юпитер около Слънцето в мащаб $1 \text{ мм} = 10 \text{ милиона км}$ (орбиталните им радиуси ще бъдат съответно 11 мм, 15 мм и 78 мм). Отбележете върху земната орбита произволна точка, която ще приемем, че е положението на Земята на 1 ноември 2020 година. Нанесете положенията на Венера и Юпитер по техните орбити на същата дата. Предположете, че планетите на вашия чертеж обикалят около Слънцето в посока обратна на часовниковата стрелка.

Радиусът на земната орбита е $149.6 \times 10^6 \text{ км}$.

Планета	Меркурий	Венера	Марс	Юпитер	Сатурн	Уран	Нептун
Диаметър, км	4880	12104	6779	139822	116464	50724	49244
Орбитален радиус, км	57.9×10^6	108.9×10^6	227.9×10^6	778.6×10^6	1434×10^6	2875×10^6	4500×10^6
Орбитален период	88 дни	224.7 дни	687 дни	11.86 години	29.46 години	84.02 години	164.8 години

Решение:

А) От таблицата виждаме, че Венера е планетата, която преминава най-близо до Земята. Разстоянието до Венера в долно съединение е $\Delta r_{EV} = r_E - r_V = 40.7 \times 10^6$ км, където r_E е радиусът на орбитата на Земята, а r_V е радиусът на орбитата на Венера. *Дори Марс във велико противостояние е на разстояние над 55 милиона километра. Освен това той е почти два пъти по-малък от Венера.* Следователно може да очакваме, че Венера има по-големи ъглови размери, когато се намира близо до долно съединение, между Земята и Слънцето. Нека пресметнем ъгловите размери на Венера, когато тя е най-близо до Земята:

$$\rho_V = \frac{D_V}{r_E - r_V} \cdot 206265'' = 61.3'' \quad (1)$$

Коефициентът, равен на 206265, се използва за превръщане на ъгловия размер на планетата от радиани в дъгови секунди. На диаграмата с видимите размери има само една планета, която в определени моменти от време има подобни ъглови размери (Фиг. 1. Към решението на Задача 3.). Виждаме, че нейните ъглови размери се променят около 6 пъти. Наистина, разстоянието до Венера в горно съединение е $\Delta r_{VE} = r_E + r_V = 258.5 \times 10^6$ км, което е повече от 6 пъти по-голямо от разстоянието до Венера в долно съединение. Следователно в горно съединение ъгловите размери на Венера ще са около 6 пъти по-малки. Малките разлики в стойностите се дължат на негласното допускане в условието и таблицата, че орбитите на Земята и Венера са кръгови и лежат в една равнина. Следователно графиката с най-голяма амплитуда принадлежи на Венера.

До този извод може да стигнем и като пресметнем синодичния период на Венера:

$$\frac{1}{T_{Syn}} = \frac{1}{T_V} - \frac{1}{T_E}$$

$$T_{Syn} = \frac{T_E \cdot T_V}{T_E - T_V} = 583.9^d \approx 1 \text{ година } 7 \text{ месеца } 4 \text{ дни}$$

Намираме моментите на максимумите на кривата с най-голямата амплитуда. Виждаме, че те се случват в началото на юни 2019 година и началото на януари 2021 година. Интервалът от време между двата момента е приблизително равен на 1 година и 7 месеца. Следователно това е кривата на видимия ъглов диаметър на Венера.

Всеки от методите е достатъчен за да се определи на коя планета принадлежи съответната крива. Достатъчно е да се приложи един от тях.

Юпитер е най-голямата по размери планета. Затова предполагаме, че той също ще има големи видими ъглови размери. Нека пресметнем ъгловите му размери в опозиция. Използваме формула (1), но понеже Юпитер е външна планета, разменяме местата във формулата на радиусите на орбитите на Земята и планетата. Получаваме, че видимият ъглов диаметър на Юпитер в опозиция е:

$$\rho_J = \frac{D_J}{r_J - r_E} \cdot 206265'' = 45.9''$$

Виждаме, че максималните стойности на вълните на втората по височина графика са приблизително равни на получените ъглови размери на Юпитер. Освен това тези максимуми се случват през около 13 месеца. Периодът на Юпитер, при движението му около Слънцето, е около 12 години. Следователно опозициите ще се случват приблизително през 13 месеца, което ние наблюдаваме при тази крива. Очевидно това е графиката на промяната на видимите ъглови размери на Юпитер (Фиг. 1. Към решението на Задача 3.).

Б) На дадената диаграма построяваме вертикална линия, съответстваща на датата 01.11.2020 година (Фиг. 1. Към решението на Задача 3.). Отбелязваме точките на пресичане на линията с графиките на промяна на видимите ъглови размери на Венера и Юпитер. През точките построяваме хоризонтални линии до пресичането им с ординатната ос. Ординатната ос е разграфена от 0 до 70 дъгови секунди. Измерваме дължината ѝ в милиметри. Получаваме точно 90 мм. Следователно мащабът на ординатната ос е $k' = 70/90 = 0.777''/\text{mm}$ (дъгови секунди на милиметър). Измерваме в милиметри разстоянието до пресечните точки и умножаваме по мащаба. За Венера получаваме, че ъгловият ѝ диаметър на 1 ноември 2020 година е $\rho'_V = 26''$. За Юпитер получаваме $\rho'_J = 42''$. За пресмятане на разстоянията използваме вариант на формула (1), в която в знаменателя е търсеното разстояние до планетата и решаваме уравнението относно него:

$$r_{pl} = \frac{D_{pl}}{\rho_{pl}} \cdot 206265$$

Използвайки тази формула и измерените по графиката видими ъглови размери за Венера получаваме разстоянието $r_V = 96 \times 10^6 \text{ km}$, а за Юпитер – $r_J = 687 \times 10^6 \text{ km}$.

В) Построяваме орбитите на Венера, Земята и Юпитер с посочените в условието размери. В същия мащаб определяме в милиметри разстоянията от Земята до Венера и Юпитер и с пергел, поставен с острието върху положението на Земята, намираме пресечните точки на окръжностите с радиус, равен на съответните разстояния, с начертаните орбити на планетите. Получаваме по две пресечни точки за всяка една от планетите, които отбелязваме с цифрите **1** и **2**. Върху графиката на ъгловите размери на Венера виждаме, че на 1 ноември 2020 година Венера вече е подминала горно съединение, но още не е достигнала долно съединение. Следователно тя се намира в точка **1**.

Върху графиката на ъгловите размери на Юпитер виждаме, че Земята е отминала точката на опозиция с планетата. Следователно Юпитер се намира в точката върху неговата орбита означена с **1**.

Критерии за оценяване (общо 15 т.):

За правилен метод за определяне кои графики се отнасят за Венера и Юпитер – 4 т.

За правилен теоретичен начин за определяне на разстоянията до двете планети на 1 ноември 2020 г. – 2 т.

За измервания и пресмятания – 2 т.

За верни числени отговори – 2 т.

За построяване на орбитите на планетите и определяне на възможните им положения – 2 т.

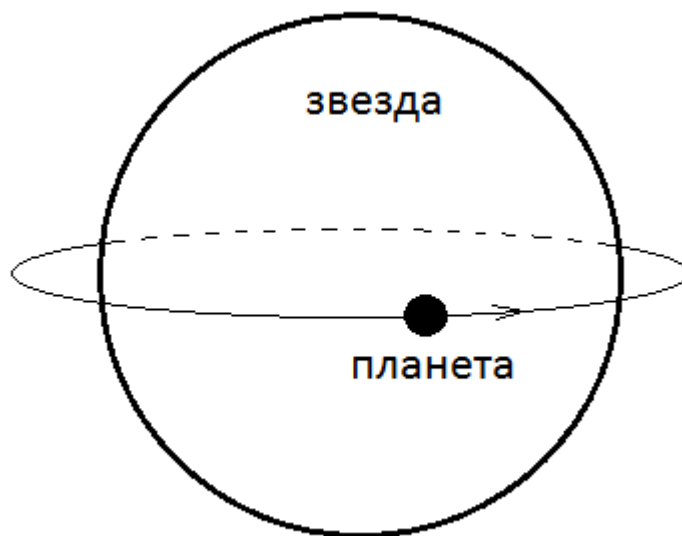
За правилно решение кои от възможните положения на планетите съответстват на действителността – 3 т.

4 задача. Пасаж на екзопланета. Оранжевата звезда GSC 02652-01324 се намира в съзвездието Лира на повече от 500 светлинни години разстояние. Около нея е открита екзопланета, обозначавана като TrES-1b. На 11 декември 2018 г. с няколко големи телескопа по света е наблюдавано преминаване (пасаж) на екзопланетата пред звездата, при което е било регистрирано леко отслабване на блясъка на звездата. В таблицата по-долу са представени усреднените данни от наблюденията по време на пасажа. Моментите от време са дадени в части от денонощието. Блясъкът на звездата е даден в относителни единици. Потокът светлинна енергия, създаван от звездата в моментите извън пасажа на планетата, се приема за равен на 1. Светлинният поток, регистриран от звездата по време на пасажа на планетата, се дава като части от единицата.

- А) По данните от таблицата начертайте графика на изменението на блясъка на звездата по време на пасажа на планетата. Разположете скалата на времето по дългата страна на листа милиметрова хартия. Започнете от 0.300 в началото на координатната ос и през 10 см едно от друго нанесете деленията за 0.400 и 0.500 части от денонощието. По вертикалната ос (късата страна на листа) нанесете светлинния поток, като започнете от 0.9700 в началото на скалата и през 5 см едно от друго нанесете деленията за 0.9800, 0.9900 и 1.000. Вторият лист милиметрова хартия ви е даден като резервен.

- Б) Определете радиуса на екзопланетата. Приемете модел, според който звездата се разглежда като равномерно светещ плосък диск и пред него преминава дискът на планетата. С коя планета от Слънчевата система може да се сравни по размер планетата TrES-1b?

Радиусът на звездата е 570 000 км.

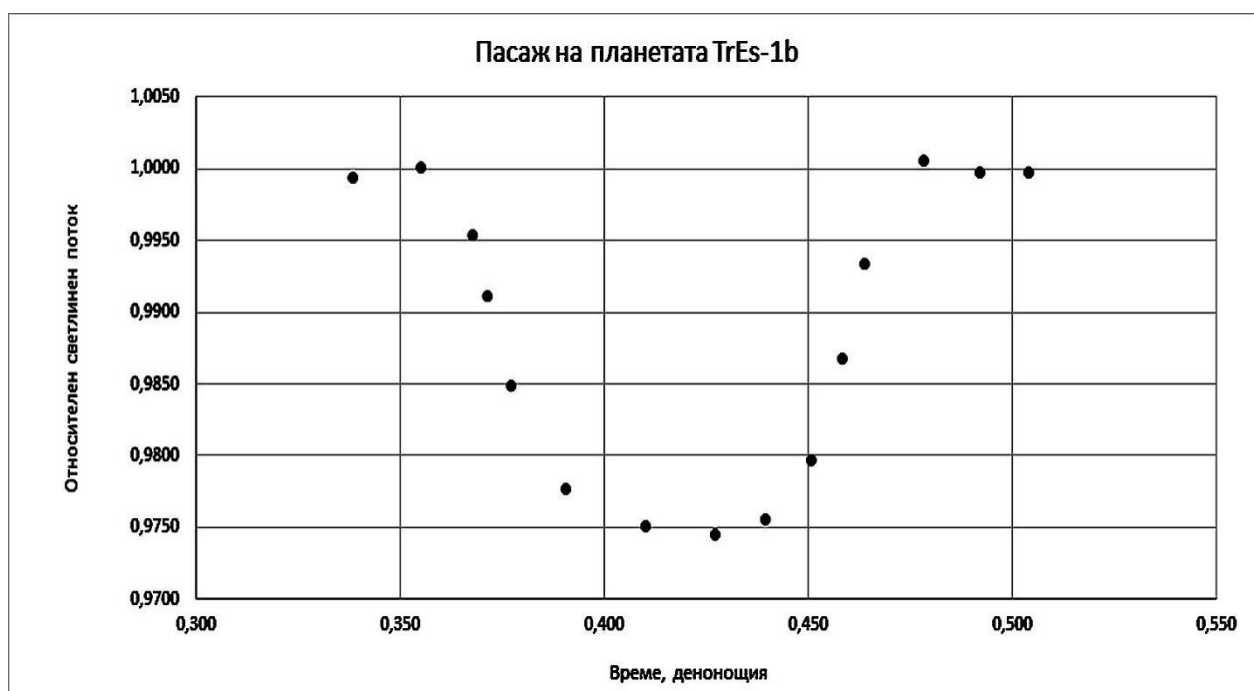


Пасаж на планета пред звезда. Всъщност астрономите не могат да видят такова изображение. Звездите са толкова далеч, че дори с най-големите телескопи изключително рядко могат да се различат реалните им диаметри, а за планетите това засега е невъзможно. Учените „отгатват“, че пред звездата преминава планета единствено по съвсем малкото понижение на блясъка на звездата.

Пасаж на планетата TrES-1b

№	Време, части от денонощието	Относителен светлинен поток от звездата
1	0,338	0,9994
2	0,355	1,0002
3	0,368	0,9954
4	0,371	0,9912
5	0,377	0,9849
6	0,391	0,9777
7	0,410	0,9751
8	0,427	0,9745
9	0,439	0,9756
10	0,451	0,9797
11	0,458	0,9868
12	0,464	0,9933
13	0,478	1,0005
14	0,492	0,9997
15	0,504	0,9997

Решение: А) Внимателно рисуваме точките по дадените стойности на времето и относителния поток. Резултатът е показан на приложената графика. Построяваме кривата на блясъка, като се съобразяваме с това, че в наблюденията присъстват грешки. Затова кривата плавно описва хода на изменението на светлинния поток, без да преминава през всички точки. (Виж приложението към решенията на задачата.) *В схематичните криви има плосък участък в минимума на кривата, но реалните криви са различни. Поради това, че дисковете на звездите, подобно на диска на Слънцето, не са равномерно ярки, а потъмняват към крайщата си, то и кривата изглежда заоблена около своя минимум. Яркостта на диска на звездата в центъра е по-голяма от средната яркост на диска. Затова и резултатите, които ще получим, са приблизителни.*



Б) В минимума кривата се движи около стойност на относителния поток равна на 0.9750. Планетата е засенчила такава част от светлината на звездата, че потокът е намалял до 0.9750 относителни единици. Това е и отношението на площта на незасенчената част от диска на звездата, към пълната площ на светещия диск на звездата. Площта на незасенчената част от диска е равна на разликата в площите на дисковете на звездата и планетата. Тогава:

$$\frac{S_* - S_{pl}}{S_*} = 0.975$$

Решаваме относно S_{pl} :

$$S_{pl} = 0.025 \cdot S_*$$

$$\pi R_{pl}^2 = 0.025 \cdot \pi R_*^2$$

$$R_{pl} = R_* \sqrt{0.025} = 0.158 \cdot R_* \approx 90000 \text{ km}$$

Виждаме, че екзопланетата е от типа на планетите гиганти и е малко по-голяма от Юпитер.

В действителност планетата е още по-близо по размери до Юпитер. Ние получаваме по-голям радиус на планетата поради неотчитане на ефекта на потъмнение към края на диска на звездата.

Критерии за оценяване (общо 15 т.):

За правилния избор на мащаб по скалите на графиката и прецизно нанасяне на точките от кривата на блясъка на звездата – 6 т.

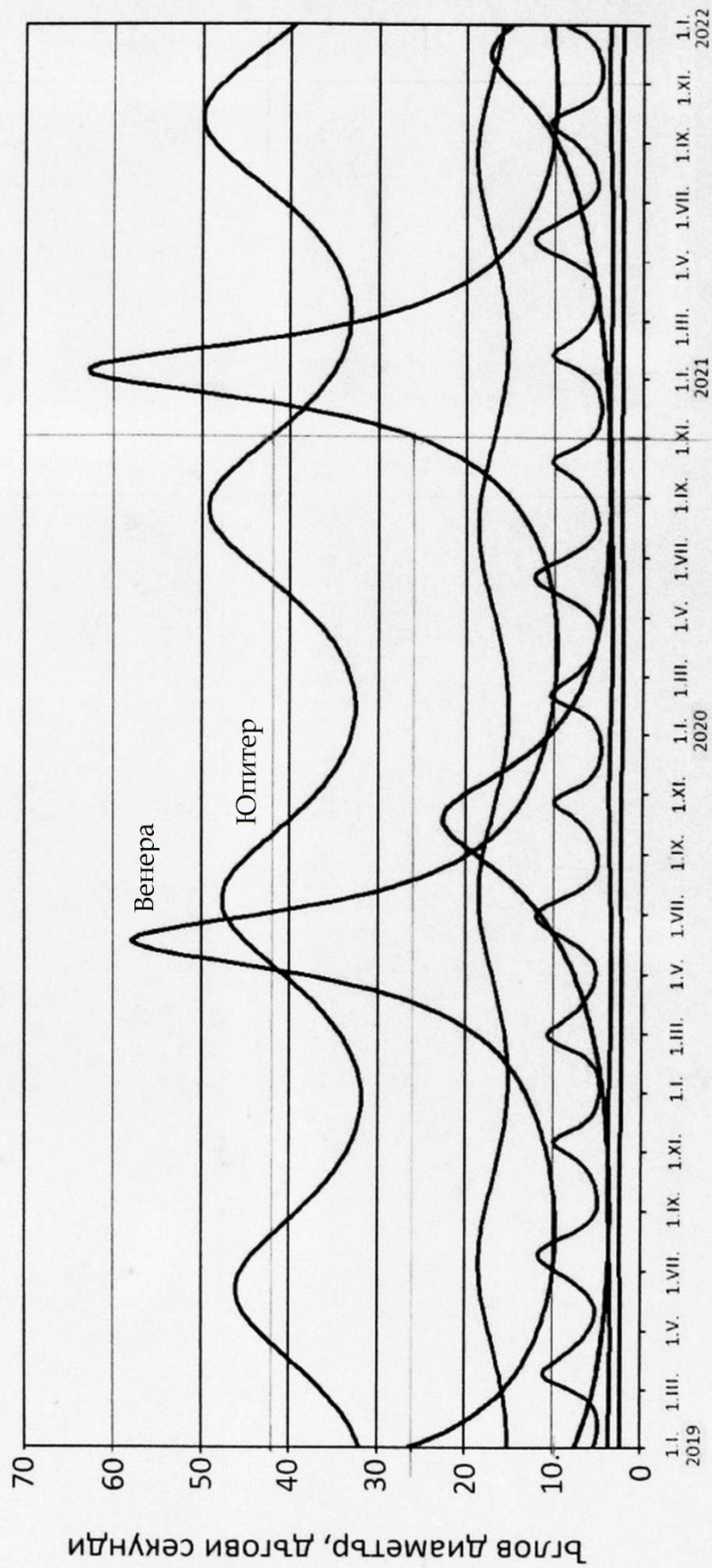
За прекарване на плавна крива на изменение на блясъка – 2 т.

За правилен теоретичен метод за определяне на радиуса на планетата – 3 т.

За измервания и пресмятания – 3 т.

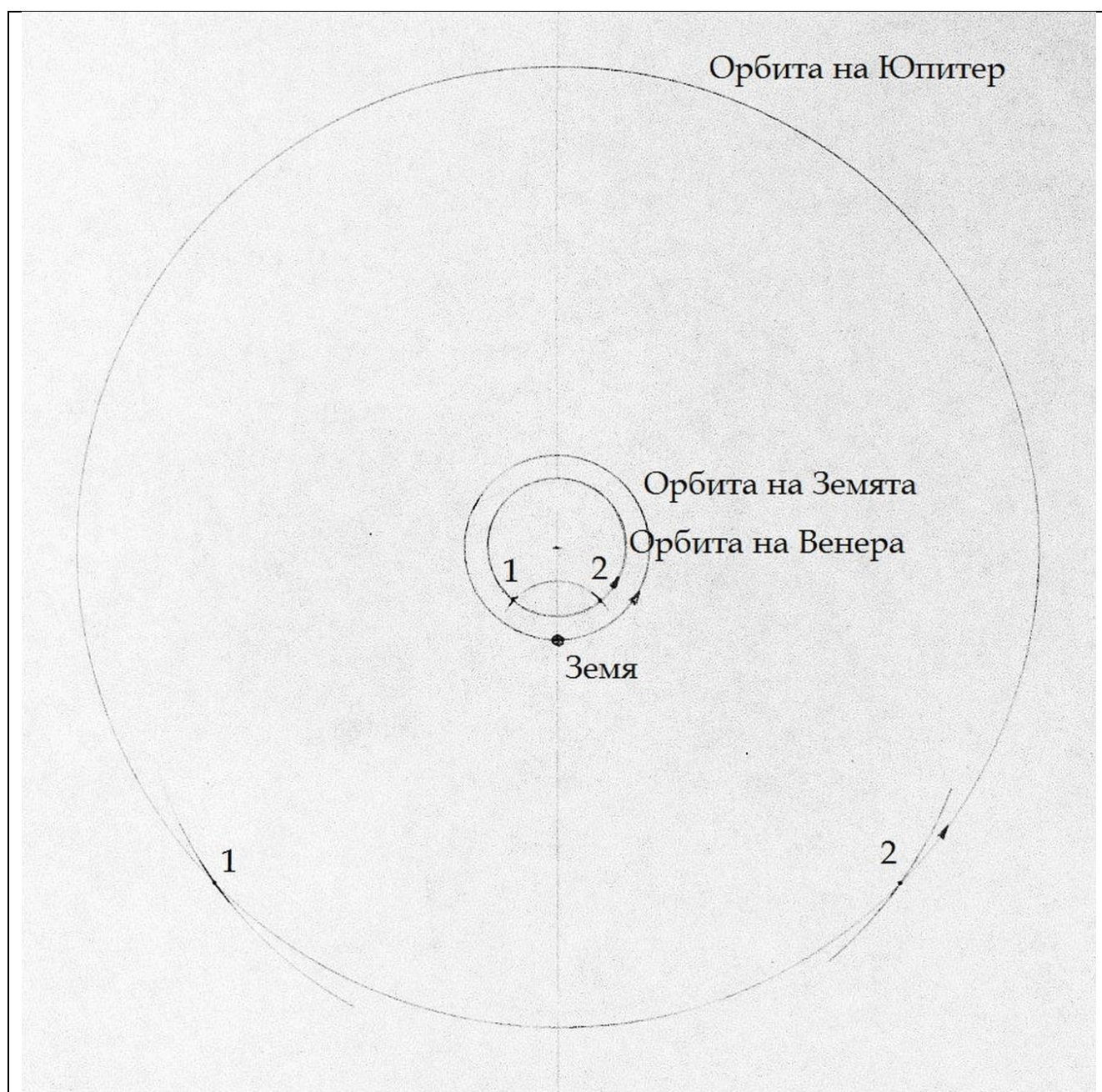
За правилен краен резултат – 1 т.

Видими ъглови диаметри на планетите за земен наблюдател



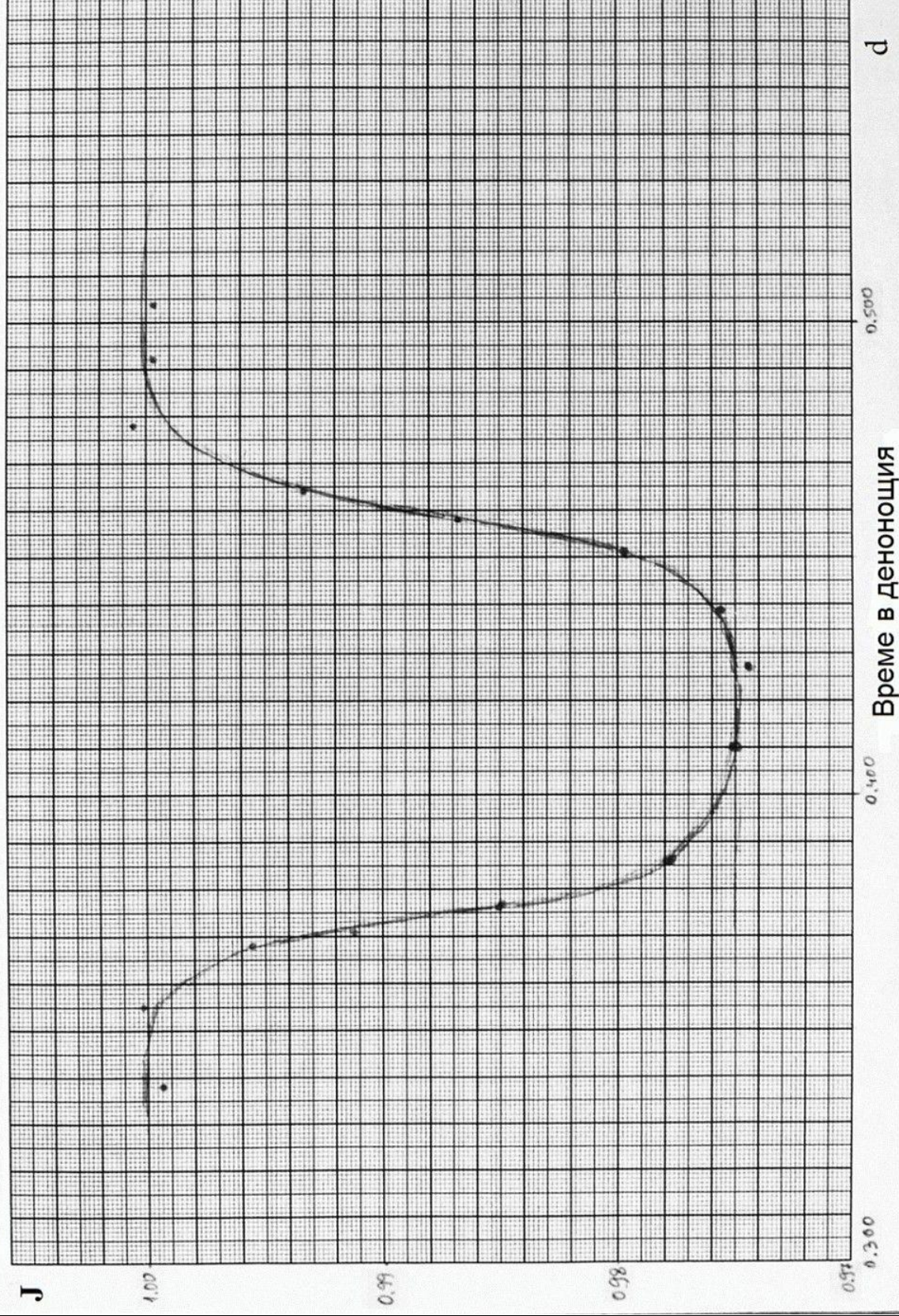
Към задача 3.

Фиг. 1. Към решението на Задача 3.

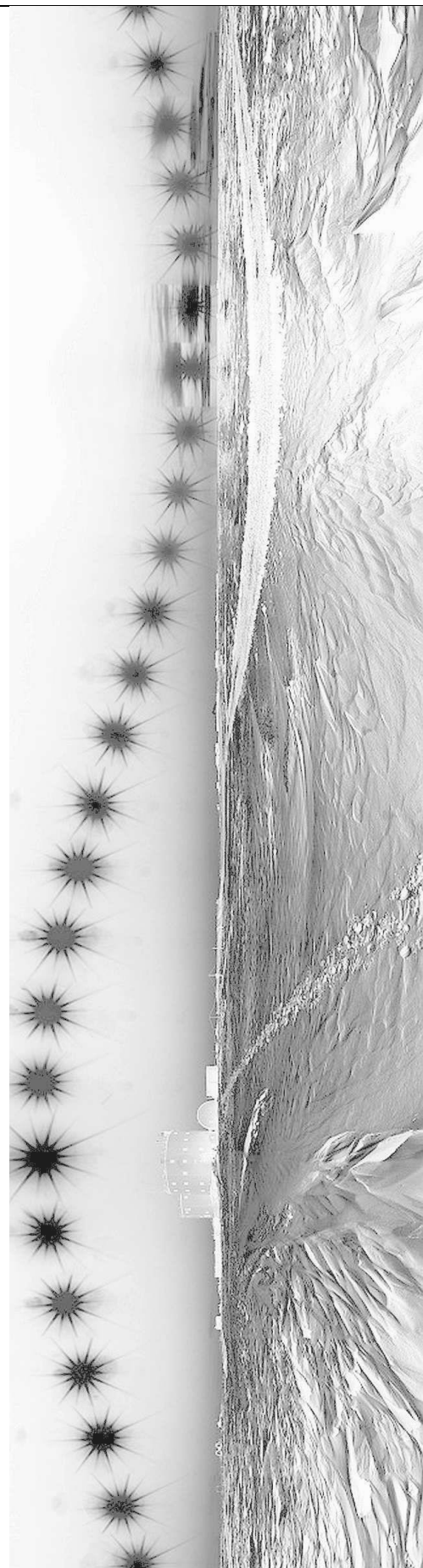
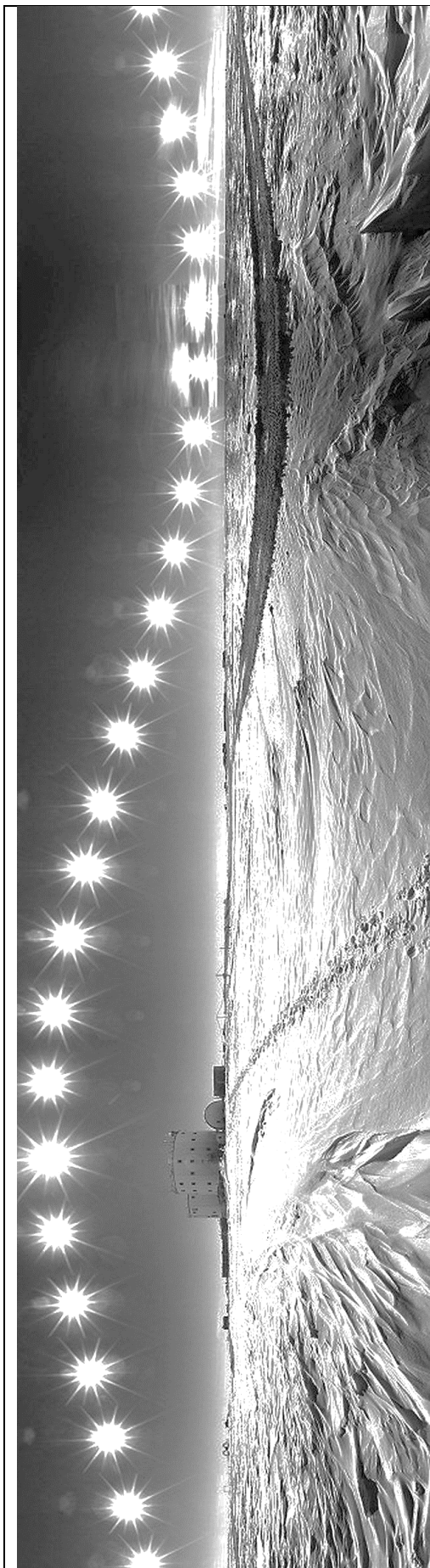


Фиг. 2.
Към решение на Задача 3.

Нормиран светлинен поток

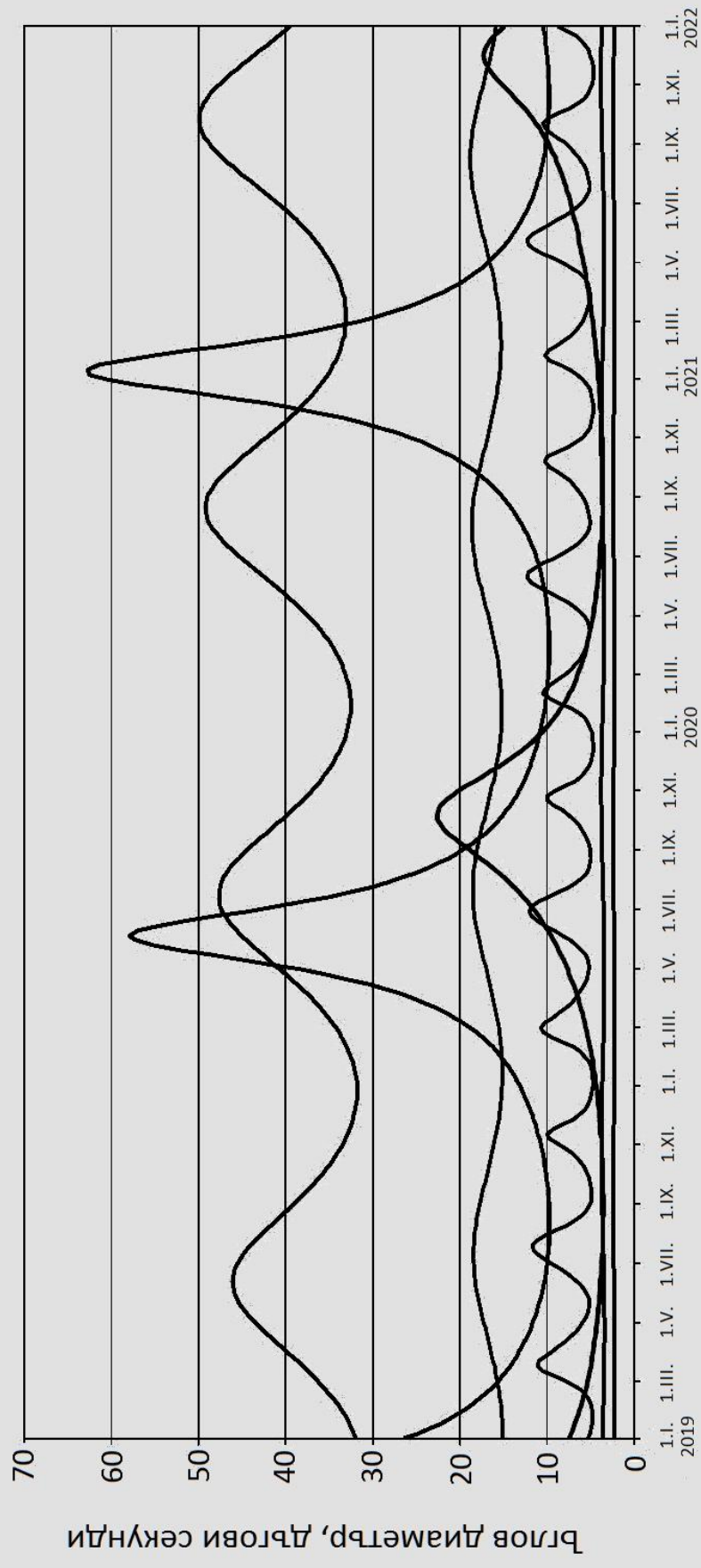


Към решението на Задача 4.



Към Задача 1.

Видими ъглови диаметри на планетите за земен наблюдател



Към задача 3.