

МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА
XXIII НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО АСТРОНОМИЯ

Национален кръг на олимпиадата по астрономия

27 юни 2020 г.

Възрастова група XI-XII клас – решения

1 задача. Астрометрия на двойна звезда. Хипотетична двойна звезда има компоненти А и В, които се движат около общия си център на масите по кръгови орбити и винаги са на еднакво ъглово разстояние една от друга по небето. Компонентата А е по-масивната от двете.

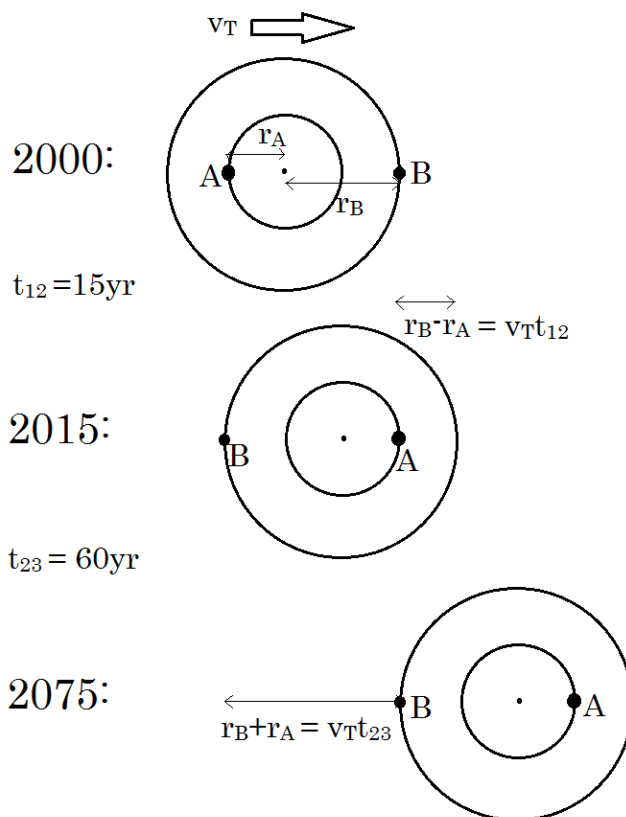
- А) Определено е било положението на двете компоненти на звездното небе за януари 2000 г. През януари 2015 г. двете звезди са си разменили местата относно фона на далечните звезди – звездата А се наблюдава точно на мястото на звездата В от 2000 г., а звездата В е точно в положението на звездата А от 2000 г. През януари 2075 г. компонентата В отново ще бъде точно в първата си позиция от януари 2000 г. Какво е отношението на масите на звездите M_B/M_A ?

- Б) Ъгловото разстояние между двете компоненти винаги е равно на $0.25''$, а разстоянието от Земята до двойната система е 102 парсека. Определете масите на двете звезди M_A и M_B .

Решение:

А) Компонентите А и В са винаги на еднакво ъглово разстояние, следователно орбитите им лежат в равнина, перпендикулярна на зрителния лъч от земния наблюдател. Всички наблюдения са през януари и Земята е в едно и също положение по орбитата си, така че паралактичното отместване на системата не играе роля при разглежданите ситуации.

През 2015 г. двете компоненти са си разменили местата спрямо положенията, в които са



били в 2000 г. Оттук следва, че интервалът от 15 години е кратен на цяло число орбитални периоди на системата плюс още половин период. Между 2015 г. и 2075 г. има 60 години и очевидно това е интервал, кратен на цяло число орбитални периоди на двойната система. Всичко това означава, че ако двете звезди бяха с равни маси и следователно, равноотдалечени от общия си център на масите, то през 2075 г. звездата В трябваше да се наблюдава на фона на далечните звезди точно в същото положение, в което е била в 2015 г. Случаят не е такъв и от това следва първо, че звездите не са с равни маси, и второ, че трябва да отчетем собственото движение на системата. При това тангенциалната скорост на двойната система спрямо Слънцето v_T е насочена точно по линията АВ от 2000 г., за да се компенсират

перфектно промените в положенията на звездите А и В през 2015 г. Да означим с r_A и r_B разстоянията на компонентите А и В до центъра на масите. От чертежа се вижда, че от 2000 г.

за време $t_{12} = 15$ години системата при собственото си движение на фона на далечните звезди изминава път $r_B - r_A$, а за време $t_{23} = 60$ години след това – път $r_B + r_A$.

Следователно:

$$\begin{aligned} r_B - r_A &= v_T t_{12} \\ r_B + r_A &= v_T t_{23} \end{aligned}$$

Делим тези равенства почленно:

$$\frac{r_B - r_A}{r_B + r_A} = \frac{t_{12}}{t_{23}} = \frac{1}{4}$$

$$\frac{1 - r_A/r_B}{1 + r_A/r_B} = \frac{1}{4}$$

За масите и разстоянията до центъра на масите е в сила съотношението:

$$M_A r_A = M_B r_B$$

Отношението на масите ще бъде:

$$q = M_B/M_A = r_A/r_B$$

Оттук получаваме:

$$(1 - q)/(1 + q) = 1/4$$

$$q = 0.6$$

Б) От съображенията в подусловие А) излиза, че $t_{12} = kP/2$, където $k = 1, 3, 5 \dots$ е нечетно положително число. Можем да запишем III Закон на Кеплер:

$$\frac{(r_A + r_B)^3}{P^2} = \frac{G(M_A + M_B)}{4\pi^2}$$

където G е гравитационната константа.

Разстоянието до звездата е $d = 102$ pc, а радиусът на относителната орбита се вижда под ъгъл $\delta = 0.25''$. Произведението $d \cdot \delta$ по принцип се равнява на разстоянието между компонентите $r_B + r_A$. Ако разстоянието d е изразено в парсеци, а ъгловото разстояние δ е в дъгови секунди, то разстоянието между компонентите ще се получи в астрономически единици. Тогава ако в III закон на Кеплер заместим $(r_A + r_B) = d\delta = 25.5$ AU и $P = 2t_{12}/k$, като периодът е в земни години, то формулата може да придобие вида:

$$\frac{(d\delta)^3}{P^2} = M_A + M_B$$

където масите са изразени в слънчеви маси. Така получаваме:

$$M_A + M_B = \frac{k^2 (d\delta)^3}{4t_{12}^2}$$

За $k = 1$ масата на системата е $(M_A + M_B) = 18.3$ M слънчеви маси.

За $k = 3$ масата на системата е $(M_A + M_B) = 165$ M слънчеви маси.

За $k = 5$ масата на системата е $(M_A + M_B) = 458$ M слънчеви маси, което вече е прекалено много, защото звездите с маси над ~ 150 слънчеви маси не са стабилни.

Двата възможни отговора са:

1) $M_A = 11.4$ и $M_B = 6.9$ слънчеви маси

2) $M_A = 103$ и $M_B = 62$ слънчеви маси

Системата е хипотетична – няма звезда със 100 слънчеви маси само на 100 pc от нас.

Критерии за оценяване (общо 15 т.)

За правилни съображения относно посоката на собствено движение на системата и обяснение на наблюдаваните положения на звездите в трите момента от време – 3 т.

За правилен математически метод и числено пресмятане на отношението на масите на двете компоненти – 4 т.

За правилен алгебричен начин за определяне на сумата от масите на звездите – 2 т.

За разглеждане на различните математически допустими случаи и числено пресмятане на масите на компонентите – 4 т.

За избиране на случаите, които са допустими от астрофизическа гледна точка – 2 т.

2 задача. Плутон и неговата свита. По ирония на съдбата, планетата джудже Плутон, която беше декласирана като равноправна планета от Слънчевата система, притежава богата колекция от спътници. Най-големият спътник, Харон, е само два пъти по-малък от Плутон и по същество двете тела представляват двойна планета. Освен това, около Плутон са открити още 4 по-малки спътника: Стикс, Никта, Цербер и Хидра. Харон и Плутон са приливно заключени, т.е. периодът на околоосното им въртене е равен на периода на движението по орбитите им около общия център на масите. Периодите на по-малките спътници се намират в орбитален резонанс с Харон. Ако приемем периода на Харон за единица, приблизителното отношение на периодите на спътниците на Плутон е 1:3:4:5:6. Всички спътници се движат в равнината на екватора на Плутон в една и съща посока.

Вие сте космически глациолог – изучавате ледовете на Плутон и извършвате дистанционно наблюдение на ледените полета на Харон. Работната ви станция се намира в центъра на видимата от Харон страна на Плутон. Харон за вас е точно в зенита.

• А) Ако в даден момент всичките пет спътника на Плутон се наредят в една линия, от едната страна на Плутон, колко спътника ще виждате? След колко време това подреждане ще се повтори, ако орбиталните резонанси са съвсем точни?

• Б) Вие си мечтаете да видите как Слънцето се скрива зад Харон и настъпва пълно слънчево затъмнение. Каква е максималната продължителност на пълната фаза на слънчево затъмнение, наблюдавано от Плутон? Колко пълни слънчеви затъмнения е възможно да видите за една плутонианска година?

Приемете, че орбитата на Плутон е кръгова.

Справочни данни:

Период на околоосно въртене на Плутон – $6^{\text{d}}.38723$

Период на орбиталното движение на Плутон – 90553^{d}

Голяма полуос на орбитата на Плутон – 39.482 au (астрономически единици)

Астрономическа единица – $1.496 \times 10^8 \text{ km}$

Наклон на екваториалната равнина на Плутон към равнината на орбитата му – $57^{\circ}.47$

Разстояние между Плутон и Харон – 19571 km

Радиус на Плутон – 1188.3 km

Радиус на Харон – 606 km

Решение:

А) Харон и Плутон са приливно заключени и това означава, че ако ние се намираме в глациоложката космическа база на Плутон, Харон ще остава в зенита за нас през цялото време. Съотношението на орбиталните периоди на спътниците показва, че най-кратък период има Харон. Съгласно III закон на Кеплер оттук следва, че този спътник е най-близо до Плутон. Знаем също така, че Харон е и най-големият спътник на Плутон, като размерите му значително превишават размерите на останалите спътници. Ако всички спътници се наредят в една линия, от едната страна на Плутон, то ние ще виждаме само Харон, който ще закрива всички останали.

Съотношението на орбиталните периоди на спътниците е 1:3:4:5:6. Най-малкото общо кратно на тези числа е равно на 60. Следващото такова подреждане на спътниците ще се случи

след 60 орбитални периода на Харон, които са равни на периода на околоосно въртене на Плутон, или след $6^d.38723 \times 60 \approx 383$ дни.

Б) За да определим максималната продължителност на пълната фаза на слънчево затъмнение, първо ще намерим видимите ъгли диаметри на Харон и на Слънцето, гледани от Плутон. Ако δ_C е видимият ъглов диаметър на Харон, D_C е линейният му диаметър, а r_C е радиусът на неговата орбита около Плутон, то:

$$\delta_C = \frac{D_C}{r_C - R_{Pl}}$$

където R_{Pl} е радиусът на Плутон. Ние изваждаме този радиус от разстоянието между центровете на Плутон и Харон, защото ни е нужно разстоянието между Харон и глациоложката база, а тя се намира на повърхността на Плутон. По-нататък пресмятаме:

$$\delta_C \approx 0.06593 \text{ rad} \approx 3.778^\circ$$

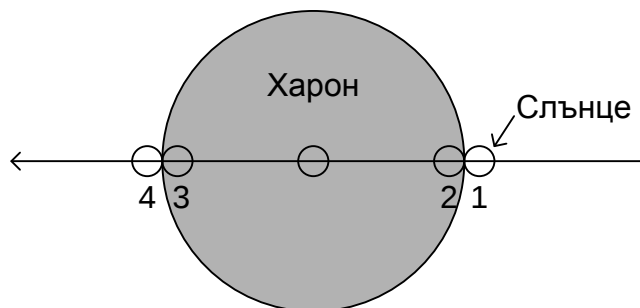
За видимия ъглов диаметър на Слънцето намираме:

$$\delta_S = \frac{D_S}{r_S}$$

където D_S е линейният диаметър на Слънцето, а r_S е разстоянието от Плутон до него.

$$\delta_S \approx 0.0002357 \text{ rad} \approx 0.0135^\circ \approx 48.61''$$

Слънчевото затъмнение от Харон ще изглежда както е показано на фигурата по-долу. При положението на Слънцето, отбелязано с 1 ще започне частичната фаза, а при положение 2 – пълната фаза на затъмнението. Пълната фаза ще приключи при положение 3, а при положение 4 ще завърши и частичната фаза на затъмнението.



Продължителността на пълната фаза ще се определя от времето, за което Харон ще се завърти по своята орбита около Плутон на ъгъл, съответстващ на разстоянието от центъра на видимия слънчев диск в точка 2 до точка 3, който ще бъде:

$$\alpha = \delta_C - \delta_S \approx 3.7645^\circ$$

Ако T_0 е периодът на околоосно въртене на Плутон, който е равен и на орбиталния период на Харон, то продължителността на пълната фаза на затъмнението ще бъде:

$$\Delta t = T_0 \cdot \frac{\alpha}{360^\circ}$$

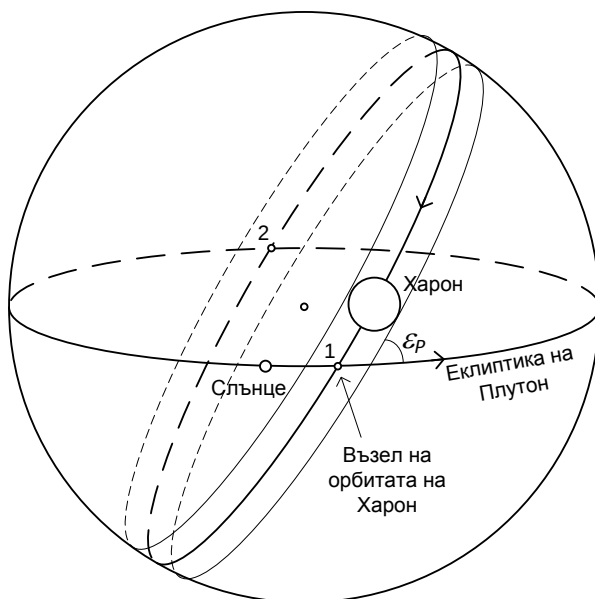
$$\Delta t \approx 0.06679^d \approx 1.603 \text{ h} \approx 96 \text{ min}$$

При определяне на продължителността на централното затъмнение пренебрегваме компонентата във видимото движението на Слънцето, която е следствие от движението на Плутон по неговата орбита, защото тя е несъизмеримо по-малка от видимото движение на

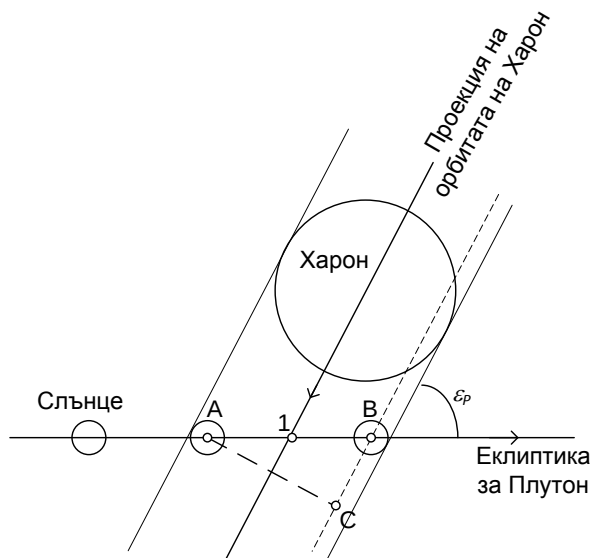
Харон, относно звездите и диска на Слънцето – почти 15000 пъти, както се вижда от отношението на периодите на Плутон и Харон.

За да се случват слънчеви затъмнения е необходимо при фаза на Харон близка до новолуние Слънцето да се намира достатъчно близо до правата линия, в която се пресичат равнините на орбитата на Харон около Плутон и на орбитата на Плутон около Слънцето. Ако проектираме всичко това върху небесната сфера, то Слънцето трябва да е близо до някой от възлите на орбитата на Харон. Това са пресечните точки между проекцията на орбитата на Харон около Плутон върху небесната сфера и проекцията на орбитата на Плутон около Слънцето (еклиптика за Плутон). Означаваме с ε_p дадения ни наклон на екваториалната равнина на Плутон към равнината на орбитата му около Слънцето. Това е и ъгълът между орбиталната равнина на Харон около Плутон и орбиталната равнина на Плутон около Слънцето, защото орбитата на приливно заключения Харон е екваториална.

На схемата е представена небесната сфера за наблюдател на Плутон. Дадена е проекцията на орбитата на Плутон около Слънцето – еклиптиката за Плутон, а също и проекцията на орбитата на Харон около Плутон.



Изображението на Харон дава представа за ивицата от небесната сфера, върху която трябва да попадне изцяло Слънцето при своето видимо годишно движение, за да има пълни слънчеви затъмнения. Вижда се, че такива периоди се случват два пъти по време на годината за Плутон – около двата възела 1 и 2 на орбитата на Харон. Следващата схема показва в увеличен вид областта около възела 1 на орбитата на Харон.



Виждаме, че пълни слънчеви затъмнения ще могат да се случват в интервала от време, за който центърът на Слънцето изминава разстоянието AB по своя видим годишен път по еклиптиката за Плутон. Ъгловият размер на отсечката AC е равен на видимия ъглов диаметър на Харон минус видимия ъглов диаметър на Слънцето:

$$AC = \delta_c - \delta_s$$

В триъгълника ABC :

$$AB = \frac{AC}{\sin \varepsilon_p}$$

$$AB \approx 4.465^\circ$$

Този участък от еклиптиката за Плутон се изминава от Слънцето за време:

$$\Delta t_1 = T \cdot \frac{AB}{360^\circ}$$

където T е орбиталният период на Плутон около Слънцето.

$$\Delta t_1 \approx 1123 \text{ дни} \approx 3 \text{ години}$$

За да проверим колко слънчеви затъмнения могат да се случат за този интервал от време, трябва да го разделим на орбиталния период на Харон (равен на периода на околоосно въртене на Плутон):

$$N = \frac{\Delta t_1}{T_0} \approx 175.84 \text{ пълни слънчеви затъмнения}$$

Като се има предвид, че в областта около другия възел на орбитата на Харон трябва да се случат още толкова затъмнения, то общият брой пълни слънчеви затъмнения, които ще могат да се наблюдават в рамките на една година за Плутон, ще бъде:

$$2N = 351.67 \text{ затъмнения}$$

Следователно за една плутонианска година на Плутон ще се виждат 351 или 352 пълни слънчеви затъмнения.

Критерии за оценяване (общо 15 т.)

За верен отговор колко спътника ще виждаме, когато всички се наредят на една права линия, както и кратко обяснение – 2 т.

За намиране на периода, през който се случва всичките спътници да застанат на една права линия от едната страна на Плутон – 3 т.

За определяне на продължителността на пълната фаза на затъмнението – 5 т.

За определяне на броя затъмнения в годината – 5 т.

3 задача. Системата FU Orionis. Звездата FU Ori е прототип на екстремно клас променливи звезди, които още не са се установили върху Главната последователност на диаграмата на Херцшпрунг-Ръсел, т.е. те са в самото начало на живота си. През 1937 година блясъкът на FU Ori се повишава рязко с цели 7 звездни величини и оттогава остава сравнително стабилен. Блясъкът отслабва много бавно и в наши дни звездната величина на обекта все още е 9.6^m. Най-вероятното обяснение е, че около младата звезда има акреционен диск, в който рязко са се засилили притокът на материя от околното пространство и преносът ѝ навътре по диска. Триенето загрява диска и той започва да свети много по-силно от самата звезда.

- **А)** Колко пъти по-висока е светимостта на FU Ori от тази на Слънцето? Разстоянието до FU Ori е 416 парсека, а праховото поглъщане е оценено на 1.8 звездни величини.

- **Б)** Според последните модели масата на централната звезда е 0.6 слънчеви маси, а вътрешният край на диска е с радиус 3.5 слънчеви радиуса. Оценете приблизително темпа на пренос на маса по диска към вътрешния край! Дайте отговора си в слънчеви маси на година.

Справочни данни:

Абсолютна звездна величина на Слънцето = 4.75^m

Маса на Слънцето $1.99 \times 10^{30} \text{ kg}$

Радиус на Слънцето $696\,000 \text{ km}$

Гравитационна константа $6.67 \times 10^{-11} \text{ m}^3/\text{kg} \cdot \text{s}^2$

Решение:

А) Нека m и M да са видимата и абсолютната звездна величина на FU Orionis, а A да бъде увеличението на видимата звездна величина поради междузвездното поглъщане на светлината. Ако не съществуваше междузвездно поглъщане, видимата звездна величина на този космически обект щеше да бъде:

$$m' = m - A$$

Означаваме с r разстоянието до FU Ori. Модулът на разстоянието е:

$$(m' - M) = 5 \lg(r[\text{pc}]) - 5 = 8.10^m$$

Оттук намираме абсолютната звездна величина:

$$M = m - A - 8.10^m = -0.30^m$$

Абсолютната звездна величина на Слънцето е $M_{\text{sol}} = 4.75^m$, а неговата светимост ще означим с L_{sol} . Ако пренебрегнем болометричните корекции за FU Ori и Слънцето, можем да намерим светимостта L на FU Ori в единици слънчева светимост по закона на Погсън:

$$\frac{L}{L_{\text{sol}}} = 2.512^{(M_{\text{sol}} - M)} = 104$$

Светимостта на FU Ori е 104 пъти по-висока от тази на Слънцето.

Б) При преноса на материята навътре по диска част от нейната гравитационна потенциална енергия се превръща в кинетична и в топлинна енергия. Нека разгледаме най-простия модел, в който материя с маса $\Delta \tilde{M}$ пада от много голямо разстояние (от безкрайност, където нейната кинетична енергия и потенциална енергия са съответно $E_K = 0$, $E_P = 0$) до разстояние r от звездата FU Ori. Първоначалната пълна механична енергия на количеството материя ще бъде:

$$E_0 = 0$$

По пътя си в процеса на триене това вещество отделя енергия $L\Delta t$ в топлинно излъчване за време Δt . На разстояние r разглежданото количество материя навлиза в кръгова орбита около звездата със скорост v . Пълната механична енергия на материята с маса $\Delta \tilde{M}$ на тази кръгова орбита е:

$$E = E_K + E_P = \frac{\Delta \tilde{M} v^2}{2} - \frac{G \tilde{M} \Delta \tilde{M}}{r} = -\frac{G \tilde{M} \Delta \tilde{M}}{2r}$$

където G е гравитационната константа. Тук $\tilde{M} = 0.6 \tilde{M}_{\text{sol}}$ (слънчеви маси) е масата на централната млада звезда. Разликата между началната и крайната пълна механична енергия по време на падането на материята се е превърнала в енергия на топлинното излъчване:

$$E_0 - E = L\Delta t$$

Следователно:

$$\frac{G \tilde{M} \Delta \tilde{M}}{2r} = L\Delta t$$

$$\frac{\Delta \tilde{M}}{\Delta t} = \frac{2rL}{G \tilde{M}}$$

Ако приемем, че цялата материя пада до вътрешния радиус на диска $r = 3.5R_{\text{sol}}$ (слънчеви радиуси), при правилно превръщане на мерните единици получаваме темп на пренос на маса:

$$\Delta \tilde{M} / \Delta t = 3.8 \times 10^{-5} \tilde{M}_{\text{sol}} \text{ за година}$$

Този резултат отлично се съгласува с цитираната в научната литература стойност към 2020 г. (<https://arxiv.org/abs/1911.11282>).

Критерии за оценяване (общо 15 т.):

За правилен теоретичен начин за определяне на светимостта на обекта – 4 т.

За правилно отчитане на междузвездното поглъщане – 3 т.

За верен числен резултат – 1 т.

За правилен подход при оценяването на потока вещество към центъра на диска, основан на закона за запазване на енергията (идейно описание на модела на ситуацията) – 2 т.

За получаване на алгебричен израз за разликата между началната и крайната енергия на падащото количество вещество – 2 т.

За пресмятане на темпа на пренос на вещество към центъра на диска – 2 т.

За верен числен резултат – 1 т.

4 задача. Двойна звезда. Сбъдва се вашата мечта и вие получавате билет до Луната. Там ви очаква лунната астрономическа обсерватория, построена близо до южния полюс.

N	θ deg	ρ arcsec
1	45.0	0.0172
2	100.8	0.0227
3	110.9	0.0230
4	137.0	0.0295
5	151.4	0.0356
6	177.0	0.0419
7	198.2	0.0490
8	207.5	0.0492
9	223.0	0.0507
10	243.2	0.0486
11	250.2	0.0487
12	261.0	0.0447
13	282.0	0.0388
14	300.2	0.0342
15	329.2	0.0243
16	342.4	0.0230

Заравяте се в архивите на обсерваторията и откривате необработени наблюдения на двойна звезда от южното небе, правени в продължение на повече от 25 години. Те съдържат данни за ъгловото разстояние ρ между главната и вторичната компонента и позиционния ъгъл θ на вторичната компонента относно главната, който се отчита от посоката север обратно на часовниковата стрелка (виж таблицата вляво). Има и няколко спектрални наблюдения, от които следва, че и двете звезди са от спектрален клас G0 и отношението на масите им е около 9.5 : 1, както и фотометрични наблюдения, от които става ясно, че главната компонента е от около 4.5 визуална звездна величина, а вторичната компонента е с 9.4 звездни величини по-слаба. Данните за точните моменти на наблюденията са загубени. Единствената достъпна информация е, че между наблюденията 1 и 9 са изминали около 13 години.

• А) По данните от таблицата постройте видимата относителна орбита на вторичната компонента около главната, след което възстановете вида на истинската относителна орбита. Какъв е нейният ексцентрицитет?

Работете в мащаб: $k = 1500 \text{ mm/дъгова секунда}$

• Б) Използвайте данните от таблицата с основните астрофизически характеристики на звездите, дадена в приложенията след задачите, и определете вида на звездите. Какви са масите на звездите? Какъв е периодът на системата? Колко астрономически единици е голямата полуос на орбитата? Какъв процент светлина се поглъща от междузвездната среда по пътя от двойната звезда до наблюдателя? Какво е разстоянието от нас до звездата? От астрофизическа гледна точка смятате ли, че ще ви бъде интересно да продължите да наблюдавате тази звезда по време на вашата кариера като лунен астроном?

Решение:

N	θ deg	ρ arcsec	ρ mm
1	45.0	0.0172	25.8
2	100.8	0.0227	34.1
3	110.9	0.0230	34.5
4	137.0	0.0295	44.3
5	151.4	0.0356	53.4
6	177.0	0.0419	62.9
7	198.2	0.0490	73.5
8	207.5	0.0492	73.8
9	223.0	0.0507	76.1
10	243.2	0.0486	72.9
11	250.2	0.0487	73.1
12	261.0	0.0447	67.1
13	282.0	0.0388	58.2
14	300.2	0.0342	51.3
15	329.2	0.0243	36.5
16	342.4	0.0230	34.5

Използваме мащаба $k = 1500 \text{ mm/arcsec}$ и по дадените ъгли разстояния ρ между главната и вторичната компонента пресмятаме разстоянията в милиметри. Тези разстояния ще ни послужат за построяване на видимата относителна орбита на вторичната компонента около главната компонента на двойната звезда. Поставяме главната компонента в центъра на листа, избираме направлението север (N) и построяваме положенията на вторичната компонента по данните в таблицата. Виждаме, че точките доста добре описват окръжност. Построяваме внимателно тази окръжност и намираме нейния център. Измерваме радиуса на окръжността и получаваме около 50.5 mm.

Построяваме радиуса на окръжността, прокарайки линия през главната компонента. Виждаме, че положението на главната компонента разделя радиуса на две равни части. Следователно орбитата на звездата не е кръгова, а елиптична. В противен случай главната компонента би се намирала в центъра на окръжността.

Понеже проекцията върху небесната сфера е успоредна, отношенията между голямата полуос, малката полуос и фокусното разстояние на орбитата се запазват. Следователно относителната орбита е елипса, фокусът на която разделя голямата полуос на две равни части. За ексцентрицитета на истинската елиптична орбита можем да напишем:

$$e = \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}} = \sqrt{\frac{a^2 - b^2}{a^2}} = \sqrt{\frac{f^2}{a^2}} = \frac{f}{a} = 0.5$$

където a и b са голямата и малката полуос на елипсата, а f е фокусното разстояние (разстоянието между фокуса и центъра на елипсата).

Единственият начин видимата орбита да е окръжност е елиптичната орбита да е завъртяна около малката ос. Следователно радиусът на окръжността е равен на малката полуос на елипсата. Понеже малката полуос се проектира с истинския си размер, то това е единственият линеен елемент от орбитата с който разполагаме. Нека изразим голямата полуос чрез малката полуос и ексцентрицитета. От горната формула за ексцентрицитета следва:

$$e^2 = 1 - \frac{b^2}{a^2}$$

$$a_{mm} = \frac{b}{\sqrt{1 - e^2}} = \frac{b}{0.866} = 1.1547 \cdot b \approx 58.3 \text{ mm}$$

където a_{mm} е голямата полуос в милиметри върху чертежа. Тук използваме това, че малката полуос е равна на радиуса на видимата окръжност – 50.5 mm.

От центъра на окръжността, който съвпада с центъра на елипсата, през фокуса, т.е. през положението на главната компонента, прекарваме отсечка с получената дължина на голямата полуос. След това построяваме отсечка със същата дължина в противоположна посока. Двете отсечки представляват голямата ос на елиптичната орбита на звездата. Внимателно строим елипсата, като използваме краищата на голямата и малката ос. Разбира се, ние няма да строим елиптичната орбита съвсем точно, макар това да е възможно по принцип, а само приблизително нейния вид, като използваме за опорни точки краищата на осите.

Б) В таблицата с основните астрофизични характеристики на звездите намираме реда, съответстващ на звездите от спектрален клас G0. Ние разполагаме с информация за разликата в звездните величини и за отношението на масите на компонентите на двойната звезда. Затова търсим звезди от този спектрален клас и с разлика в звездните величини около 9.4. Виждаме, че звездите от V клас светимост имат абсолютна звездна величина $M_V = 4.4$, а звездите от клас светимост Ib имат абсолютна звездна величина $M_V = -5.0$. Понеже двете компоненти се намират на едно и също разстояние от нас и притежават не много силно различаващи се цветове, то селективното поглъщане ще променя малко разликата в звездните им величини. Но ние разполагаме и с отношението на масите на звездите. Да проверим какво е отношението на масите на звездите от Главната последователност и звездите свръхгиганти Ib. Виждаме, че типични маси за тях са съответно 1.05 слънчеви маси и 10 слънчеви маси. Отношението между тях е 9.52, което е близо до полученото за компонентите на наблюдаваната двойна система. Следователно едната звезда е от Главната последователност на диаграмата на Херцшпрунг-Ръсел, а другата – свръхгигант от клас светимост Ib. Масите на звездите са съответно 1.05 и 10 слънчеви маси. Сумата от масите на компонентите е $11.05 M_{\odot}$. За да намерим периода ще използваме това, че между наблюденията с номера 1 и 9 са изминали около 13 години. Ако внимателно разгледаме възстановената орбита ще видим, че тези наблюдения са много близо до краищата на голямата ос. Голямата ос разделя елиптичната орбита на две симетрични части, които се изминават от звездата за еднакво време. Следователно периодът на системата е около 26 години. Понеже знаем масата на звездите, може да пресметнем колко астрономически единици е голямата полуос на относителната орбита от третия закон на Кеплер:

$$\frac{a^3}{T^2} = M_1 + M_2$$

$$a = \sqrt[3]{T^2(M_1 + M_2)} = 19.55 \text{ au}$$

В този вариант на формулата масите са в слънчеви маси, периодът е в години, а голямата полуос се получава в астрономически единици.

Разстоянието намираме от отношението на линейния размер на голямата полуос към ъгловия. Ъгловия размер на голямата полуос е:

$$\rho_a = \frac{a_{mm}}{k} = 0.0389''$$

Разстоянието е:

$$r = \frac{a}{\rho_a} = \frac{19.55 \text{ au}}{0.0389''} = 502.6 \text{ pc} \approx 500 \text{ pc}$$

На това разстояние главната звезда би трябвало да има визуална звездна величина:

$$V = M_V + 5 \lg r - 5 = 3.5^m$$

Звездата, обаче, има визуална звездна величина $V = 4.5^m$. Следователно има поглъщане в междузвездната среда. Щом звездната величина се увеличава с 1, то светлината намалява около 2.5 пъти. От излъчената светлина остават 40%. Следователно се поглъща 60% от светлината.

По-масивната компонента е жълт свръхгигант и има характерните параметри на пулсиращите променливи звезди от типа на класическите цефеиди. В условието не се казва, че тя променя своя блясък, но има известна несигурност в представянето на нейната видима звездна величина, което подсказва, че променливост е възможна. Ако тя наистина е променлива, а по своите характеристики звездата е в района на т.нар. „ивица на нестабилност“ на диаграмата на Херцшпрунг-Ръсел, то е твърде вероятно тя да е пулсираща променлива звезда от типа δ Сер – класическа цефеида. Затова би било интересно да продължат наблюденията на тази звезда и такова изследване би представлявало интерес от гледна точка на астрофизиката.

Критерии за оценяване (общо 15 т.):

За пресмятане на мащаба и построяване на проектираната орбита – 3 т.

За определяне на ексцентрицитета на орбитата – 2 т.

За построяване на истинската орбита – 2 т.

За определяне от какъв вид са звездите – 1 т.

За определяне на масите на звездите – 1 т.

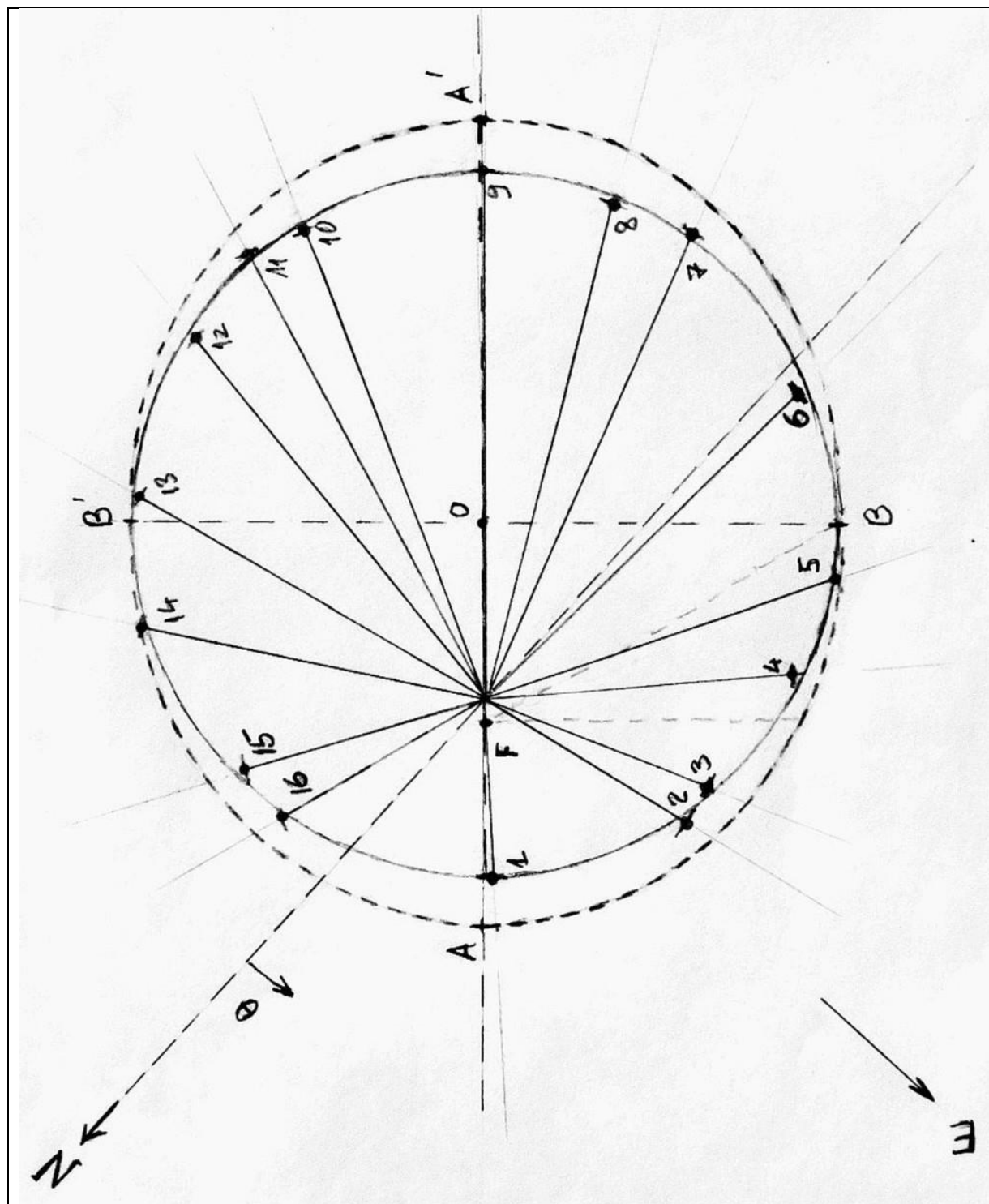
За определяне на орбиталния период на системата – 1 т.

За пресмятане на линейния размер на голямата полуос на орбитата – 1.5 т.

За намиране на разстоянието до системата – 1 т.

За определяне на процента на погълната светлина – 1.5 т.

За коментар относно бъдещите перспективи за изследване на звездата – 1 т.



Към решението на 4 задача.

ОСНОВНИ АСТРОФИЗИЧНИ ХАРАКТЕРИСТИКИ НА ЗВЕЗДИТЕ

Спектр. клас	Клас св.	Истински цвятове (B - V) ₀ (U - B) ₀			Абсолютни зв.вел. M _V			Ефективни темп. T _{еф} Светимости L/L _☉			Маси M/M _☉ Радиуси R/R _☉			
		V	III	Ia	V	III	Ib	Ia	V	III	I	V	III	I
O5		-0.33	-0.32	-0.31	-5.7	-6.3		-6.8	44 500	42 500	40 300	60		70
		-1.19	-1.17	-1.17					790 000	990 000	1 100 000	12		30
B0		-0.30	-0.29	-0.23	-4.0	-5.1	-6.1	-6.9	30 000	29 000	26 000	17.5	20	25
		-1.08	-1.08	-1.05					52 000	110 000	260 000	7.4	15	30
B5		-0.17	-0.17	-0.08	-1.2	-2.2	-5.4	-7.0	15 400	15 000	13 600	5.9	7	20
		-0.58	-0.58	-0.76					830	1 800	52 000	3.9	8	50
A0		-0.02	-0.03	0.02	0.6	0.0	-5.2	-7.1	9 520	10 100	9 700	2.9	4	16
		-0.02	-0.07	-0.44					54	106	35 000	2.4	5	60
A5		0.15	0.15	0.09	2.0	0.7	-5.1	-7.4	8 200	8 100	8 510	2.0		13
		0.10	0.11	-0.10					14	43	35 000	1.7		60
F0		0.30	0.30	0.17	2.7	1.5	-5.1	-8.0	7 200	7 150	7 700	1.6		12
		0.03	0.08	0.15					6.5	20	32 000	1.5		80
F5		0.44	0.43	0.31	3.5	1.6	-5.1	-8.0	6 440	6 470	6 900	1.4		10
		-0.02	0.09	0.27					3.2	17	32 000	1.3		100
G0		0.58	0.60	0.75	4.4	1.0	-5.0	-8.0	6 030	5 850	5 550	1.05	10	10
		0.06	0.21	0.52					1.5	34	30 000	1.1	6	120
G5		0.68	0.86	1.03	5.1	0.9	-4.6	-7.9	5 770	5 150	4 850	0.92	1.1	12
		0.20	0.56	0.82					0.79	43	29 000	0.92	10	150
K0		0.81	1.00	1.25	5.9	0.7	-4.3	-7.7	5 250	4 750	4 420	0.79	1.1	13
		0.45	0.84	1.18					0.42	60	29 000	0.85	15	200
K5		1.15	1.50	1.60	7.4	-0.2	-4.4	-7.5	4 350	4 000	3 850	0.67	1.5	13
		1.08	1.81	1.80					0.15	220	38 000	0.72	25	400
M0		1.40	1.56	1.67	8.8	-0.4	-4.5	-7.0	3 850	3 800	3 650	0.51	1.2	13
		1.22	1.87	1.90					0.077	330	41 000	0.60	40	500
M5		1.64	1.63	1.60	12.3	-0.5	-4.8	-6.8	3 240	3 330	2 800	0.21		24
		1.24	1.58	1.60					0.011	930	300 000	0.27		