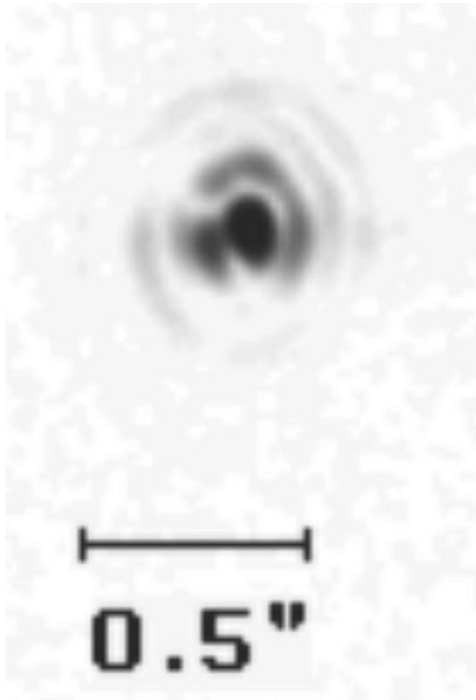


МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА
XXIII НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО АСТРОНОМИЯ

Общински кръг на олимпиадата по астрономия
2019 – 2020 учебна година
Възрастова група XI-XII клас – решения

1 задача. Течно огледало.



Фиг.1.

От много десетилетия се работи върху създаването на големи телескопи с течни живачни огледала, които се въртят около вертикална ос и така придобиват идеална параболична форма. Такъв телескоп може да наблюдава само в зенита, но затова пък е с десетки пъти по-ниска стойност отколкото същия по размери телескоп със стъклено огледало. Вече е построен 6-метров телескоп с течно огледало и се мисли за още по-голям. При предварителната подготовка за това начинание се провеждаха опити с по-малки огледала. На Фиг.1. виждате дифракционно изображение на изкуствена звезда, получено с едно от опитните течни огледала. Дефектите в дифракционното изображение се дължат на вибрациите на течната повърхност на огледалото.

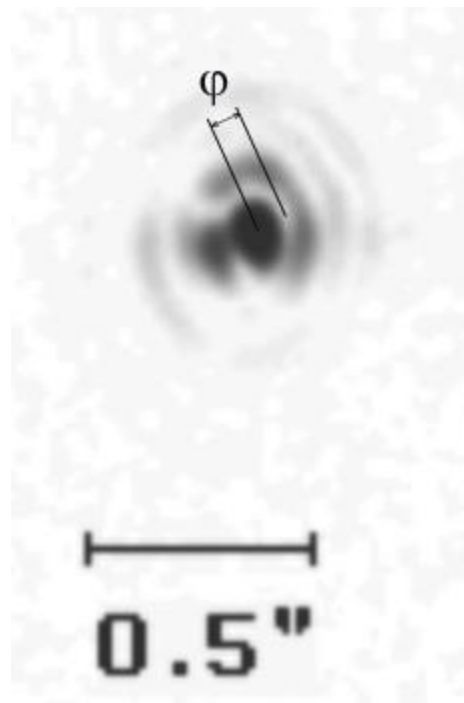
Нека източникът на светлина за изкуствената звезда има максимум на излъчване в спектрална област с дължина на вълната около 660 nm.

• Какъв е диаметърът на течното огледало, с което е получено това изображение? Внимателно нарисуйте схема, на която ясно е показано и обяснено какво точно измервате и как пресмятате стойността на исканата величина.

Решение: Размерът на дифракционното изображение на звездите е обратно пропорционален на диаметъра на главното огледало на телескопа и право пропорционален на дължината на вълната на светлината, която формира изображението. Връзката се дава от формулата на Ейри:

$$\varphi = 1.22 \frac{\lambda}{D}$$

Линейните величини λ и D трябва да са в еднакви единици, примерно в метри. Тук φ е радиусът на първия минимум в дифракционното изображение, т.е. от центъра до средата на първия светъл пръстен (изображението е негативно).



Измерваме радиуса на пръстена в милиметри с максимална точност и получаваме, че:

$$\varphi = 4.0 \text{ mm}$$

Измерваме машабната отсечка в милиметри и получаваме за дължината ѝ:

$$l = 29.0 \text{ mm}$$

Следователно в дъгови секунди радиусът на дифракционното изображение е:

$$\varphi = \frac{4.0}{2 \cdot 29.0} = 0.069''$$

Във формулата на Ейри ъгълът се получава в радиани. За да преминем от дъгови секунди в радиани трябва да разделим стойността на ъгъла, в дъгови секунди, на броя на дъговите секунди в един радиан, т.е. на 206265. Окончателно за диаметъра на телескопа получаваме:

$$D = \frac{206265 \cdot 1.22 \cdot \lambda}{\varphi} = 2.4 \text{ m}$$

Критерии за оценяване (общо 10 т.):

За правилни измервания върху снимката и правилен начин на определяне на ъгловия размер на дифракционното изображение – 4 т.

За разбиране и правилно използване формулата на Ейри – 5 т.

За правилен числен отговор – 1 т.

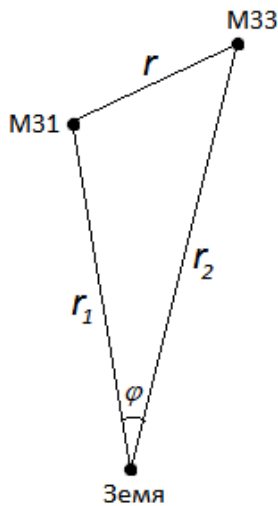
2 задача. Галактики. На снимката виждате двете най-близки до нас големи галактики – М31, или галактиката в Андромеда, и М33 в съзвездието Триъгълник. Разстоянието до М31 е 2.54×10^6 светлинни години, а до М33 – 2.73×10^6 светлинни години. Видимото ъглово разстояние между двете галактики е $14^\circ 46'$.

- А) Светловиолетов астроном любител от галактиката М33 се любува на красивата гледка, която представлява за него галактиката М31. Какъв ще бъде видимият ъглов размер на М31 за този наблюдател?

- Б) Нарисувайте как ще изглежда галактиката М31 за извънземния астроном любител – определете приблизително съотношението на голямата и малката полуос на елипсата, в която тя ще се проектира за него.



Решение:



Означаваме с r_1 и r_2 разстоянията от нас до галактиките M31 и M33, с r линейното разстояние между двете галактики и с φ видимото ъглово разстояние между тях. От косинусовата теорема намираме:

$$r^2 = r_1^2 + r_2^2 - 2r_1r_2 \cos \varphi$$

$$r \approx 0.703 \times 10^6 \text{ ly}$$

Изображението на галактиката M31 представлява елипса – това е проекцията на галактиката в равнината на снимката. Да означим с a и b голямата и малката полуос на тази елипса. Нека j да бъде ъгълът между галактичната равнина на M31 и зрителния лъч от земния наблюдател.

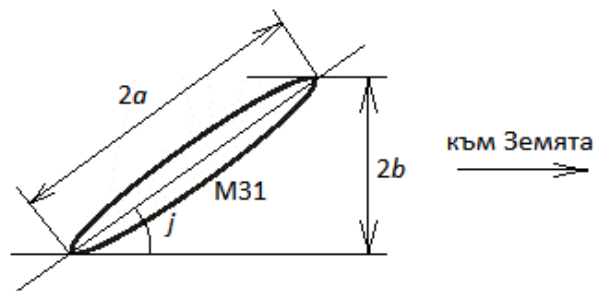
$$\sin j = \frac{2b}{2a}$$

Измерваме върху снимката и получаваме:

$$2a = 30 \text{ mm}$$

$$2b = 8 \text{ mm}$$

$$j \approx 15.5^\circ$$



Измерваме разстоянието между центровете на М31 и М33 на снимката и получаваме $d = 122$ мм. Като знаем, че видимото ъглово разстояние между двете галактики е $\varphi = 14^\circ 46'$, можем да намерим мащаба на снимката. Чрез него намираме видимия ъглов размер на галактиката М31 за земния наблюдател:

$$\Delta_1 = \frac{2a}{d} \cdot \varphi$$

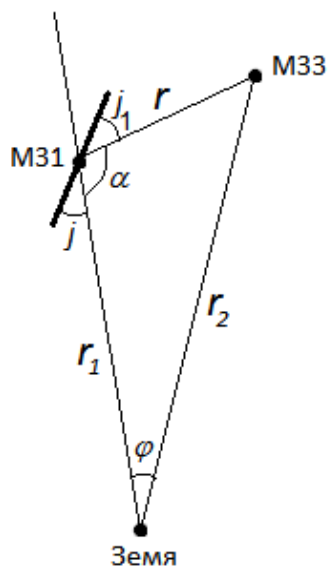
За видимия ъглов размер на М31, наблюдаван от М33, можем да напишем:

$$\Delta = \Delta_1 \frac{r_1}{r} = \frac{2a}{d} \cdot \varphi \cdot \frac{r_1}{r}$$

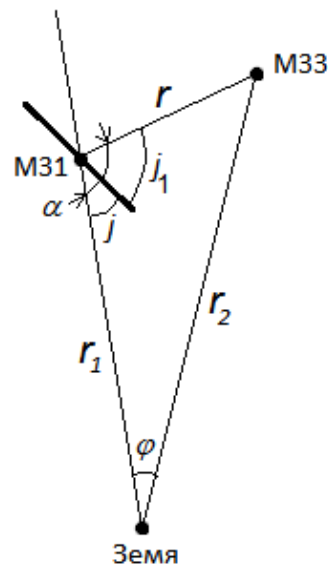
$$\Delta \approx 13^\circ$$

От галактиката М33 наблюдателят ще вижда М31 с около 3.6 пъти по-голям ъглов размер, отколкото е нейният видим ъглов размер за земен наблюдател.

Трябва да определим ъгъла j_1 , който сключва галактичната равнина на М31 със зрителния лъч за наблюдател, намиращ се в М33. Приемаме, че голямата ос на елиптичното изображение на М31 е перпендикулярна на посоката от центъра на изображението на М31 към центъра на изображението на галактиката М33 върху снимката. Тъй като не знаем как точно галактиката М31 е наклонена спрямо зрителния лъч към нас, т.е. коя е по-близката до нас половина от нейния галактичен диск, то са възможни два случая:



I случай



II случай

Първо ще намерим ъгъла α . Използваме синусовата теорема:

$$\frac{\sin \alpha}{r_2} = \frac{\sin \varphi}{r}$$

$$\sin \alpha = \frac{r_2}{r} \sin \varphi$$

$$\alpha \approx 98.2^\circ$$

При определянето на ъгъла α трябва да имаме предвид, че разстоянието до М33 е по-голямо от разстоянието до М31 и ъгълът φ е малък. Следователно ъгълът при М31 е по-голям от 90° . Синусите на ъглите 81.8° и 98.2° са еднакви, но ние трябва да изберем ъгъла, който е по-голям от 90° .

В първия случай:

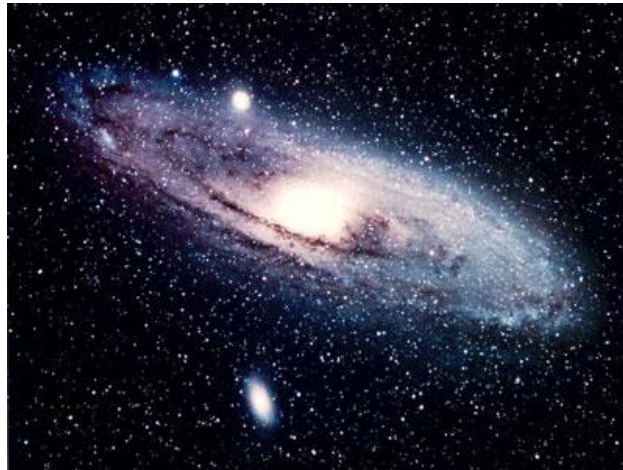
$$j_1 = 180^\circ - \alpha - j = 66.3^\circ$$

Във втория случай:

$$j_1 = \alpha - j = 82.7^\circ$$

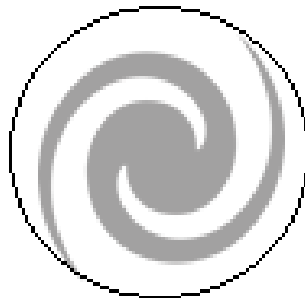
Галактиката М31 ще изглежда за наблюдател в М33 като елипса с отношение на малката ос към голямата ос, равно на $\sin j_1$. В първия случай това съотношение ще бъде 0.92, а във втория случай 0.99.

Да разгледаме обаче, една по-добра снимка на М31:



Тъмните ивици от междузвездно вещество от долната страна на галактиката минават пред нейната ярка централна част. Така се убеждаваме, че тази страна на галактиката е по-близката до нас. Като сравним с по-горната снимка стигаме до извода, че по-близката до нас страна на М31 е онази, която е в посока към М33. Следователно е реализиран вторият случай.

Не може да се постигне особена точност при пресмятането на тези съотношения, още повече като се има предвид нашето приблизително приемане, че голямата ос на изображението на М31 е перпендикулярна на линията М31 – М33 на снимката (отклонението е около 8° - 9°). Така или иначе, наблюдателят от М33 ще може да се любува на всеки детайл от галактиката М31, обърната практически „в анфас“ към него, като тя ще изглежда така:



Критерии за оценяване (общо 10 т.):

За измервания върху снимката и правилен начин на определяне на видимия ъглов размер на М31 от М33 – 3 т.

За правилен числен отговор – 1 т.

За измервания и правилен метод за определяне на съотношението на осите на изображението на М31, което ще се вижда от наблюдател, намиращ се в М33 – 5 т.

За правилен числен отговор и рисунка – 1 т.

Забележка: Ако отговорът на второто подусловие е получен без да се определи коя страна на М31 е действително по-близката до нас, оценката се намалява с 1 т. При измерванията поради размитите граници на галактиката М31 участниците ще получат резултати, които са леко различни от представените тук. При правилни разсъждения и пресмятания тези решения следва да се считат за верни.

3 задача. В открития космос. През 1965 г. космонавтът Алексей Леонов става първият човек, който излиза в открития космос. Алексей Леонов е и художник и вие виждате една от неговите картини. На нея е отразен момент от космическата му разходка извън кораба.

Проучете нужната информация за този исторически полет. Определете дали точно един орбитален период по-късно космонавтите са могли да видят отново цялото Черно море от борда на кораба „Восход-2”.



Решение:

Космическият кораб „Восход-2“ се е движил около Земята по орбита с перигей на височина $h_1 = 167$ км над земната повърхност, апогей на височина $h_2 = 475$ км и

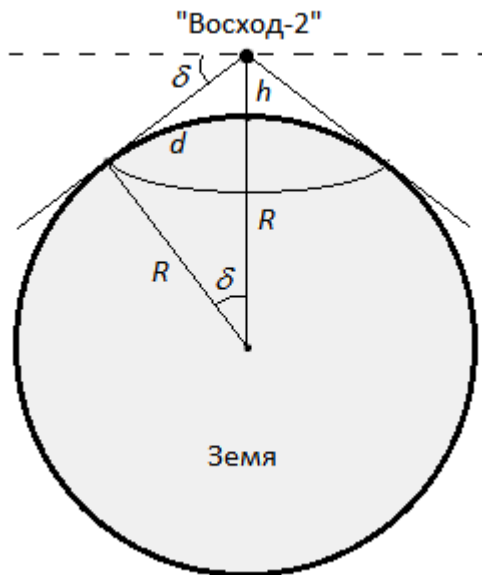
орбитален период $T = 90.9$ минути. Географската ширина на някаква средна точка от Черно море е около $\varphi = 43^\circ$. Ъгълът, на който се е завъртяла Земята за време T , ще бъде:

$$\alpha = \frac{T}{23\text{h } 56\text{m}} \cdot 360^\circ \approx 22.79^\circ$$

Нека да приемем, че в момента, отразен на картината, корабът се е намирал над точка от земната повърхност, която е, условно казано, в средата на Черно море. След един орбитален период на кораба Земята ще се е завъртяла на ъгъл α в източна посока. Тогава корабът ще прелети над някаква друга точка, която ще отстои на известно разстояние на запад от първата точка. Разстоянието ще бъде:

$$r = \frac{\alpha}{360^\circ} \cdot 2\pi R \cos \varphi \approx 1853 \text{ km}$$

където $R = 6371 \text{ km}$ е радиусът на Земята.



Да пресметнем разстоянието до хоризонта за космонавтите, когато корабът се намира на височина h над земната повърхност. Ъгълът, с който физическият хоризонт се понижава под математическия хоризонт, ще бъде:

$$\delta = \arccos \frac{R}{R+h}$$

Разстоянието от точката от земната повърхност, над която се намира корабът, до хоризонта ще бъде:

$$d = 2\pi R \cdot \frac{\delta}{360^\circ}$$

Ние не знаем в коя точка от елиптичната си орбита се е намирал космическият кораб в разглежданите моменти, затова ще пресметнем разстоянието d за двата екстремални случая – когато корабът е в перигей и в апогей.

Съответно за двата случая получаваме:

$$d_1 \approx 1443 \text{ km}$$

$$d_2 \approx 2387 \text{ km}$$

Един орбитален период на кораба след момента, отразен на картината, средната точка на Черно море ще се е преместила с 1853 km на изток. Това разстояние е по-голямо от разстоянието d_1 . Следователно въпросната средна точка ще бъде извън видимия хоризонт на кораба и космонавтите няма да виждат изцяло Черно море. Ако корабът е в апогей, то средната точка от Черно море ще бъде все още в рамките на видимия хоризонт на кораба. По-точно, тя ще се намира на разстояние $d_2 - r = 534 \text{ km}$ от хоризонта. Справка с географската карта или с GoogleEarth ни показва обаче, че най-източната точка на Черно море се намира на около 623 km от средата на морето. Следователно най-източната част от Черно море все пак ще е малко извън хоризонта.

Така стигаме до окончателния извод, че във втория момент от време космонавтите няма да виждат цялото Черно море от борда на космическия кораб, на каквато и височина да се намира той от земната повърхност по своята орбита.

Критерии за оценяване (общо 10 т.):

За намиране на необходимите числени данни – 2 т.

За правилен метод на разсъждение и пресмятания – 6 т.

За вярно крайно заключение – 2 т.

Забележка: Участникът може да е пресметнал първо дали Черно море ще се вижда изцяло в случая на прелитане на кораба през апогея и да е стигнал до правилния извод. Ако в резултат на това е обяснил, че не е нужно да се правят пресмятания за по-неблагоприятния случай на прелитане през перигея, то решението да се счита за пълно и вярно.

4 задача. Седемте сестри. Дадено ви е негативно изображение на разсеяния звезден куп Плеяди.

- А) Девет от звездите имат гръцки имена. Напишете тези имена върху снимката.
- Б) Защо Плеядите се наричат „Седемте сестри“? Кои от деветте звезди носят имената на седемте сестри?
- В) Купът Плеяди е отдалечен от нас на 444 светлинни години. Видимото ъглово разстояние между звездите Атлас и Електра е $58'55''$. Оценете средното разстояние между звездите с имена в Плеядите. Сравнете го с разстоянията между звездите в близките околности на Слънчевата система. Защо при това Плеядите се наричат звезден куп?
- Г) Намерете информация за оценката на възрастта на този звезден куп. Според съвременните представи защо се наблюдава мъглявина около ярките звезди?

Решение:

А) Имената на звездите са написани на снимката в приложенията. Те са Плейона, Атлас, Мeroпа, Алциона, Електра, Калеано (Келено или Келайно – по-близо до оригиналното звучене), Майя (Мая - вариант), Тайгета и Астеропа (Стеропа – вариант на името, по-близък до оригиналното име).

Б) Седемте сестри са *нимфи* – те са Мeroпа, Алциона, Електра, Калеано, Майя, Тайгета и Астеропа. Те са дъщери на океанидата Плейона и титана Атлас, които също са включени в Плеядите.

В) Измерваме разстоянието между Атлас и Електра в милиметри. Получаваме, че то е $d_0 = 153$ мм. Нека изразим ъгловото разстояние между Атлас и Електра в градуси :

$$\varphi = 0^\circ 58' 55'' = 0.982^\circ$$

Тогава разстоянието между звездите в светлинни години може да се представи по следния начин:

$$x = \varphi r \frac{\pi}{180^\circ} = 7.6 \text{ ly}$$

където r е разстоянието от нас до звездния куп.

Трябва да се оцени средното разстояние между деветте ярки звезди в Плеядите. Разстоянието между Атлас и Електра ни дава някаква оценка за размера на пространствената област, в която се разполагат деветте звезди. Нека обаче, си представим, че тези звезди са само част от по-голямо количество звезди в по-голяма пространствена област. Тогава става ясно, че границите на областта не трябва плътно да описват групата звезди, а да преминават на определено разстояние от крайните звезди, което в най-добрия случай е равно на радиуса R_* на малките сферични обеми, които приписваме на всяка една звезда. Следователно радиусът на сферичната област, която приписваме на групата от 9 звезди е:

$$R_{Pl} = \frac{x}{2} + R_*$$

Обемът на тази област:

$$V_{Pl} = \frac{4}{3}\pi R_{Pl}^3$$

Обемът съответстващ на една звезда е:

$$V_* = \frac{4}{3}\pi R_*^3 = \frac{V_{Pl}}{N}$$

където $N = 9$ е броят на звездите.

Оттук получаваме, че:

$$R_* = \frac{R_{Pl}}{\sqrt[3]{N}}$$

$$R_* = \frac{\frac{x}{2} + R_*}{\sqrt[3]{N}}$$

$$R_* = \frac{x}{2(\sqrt[3]{N} - 1)}$$

Разстоянието между звездите r_* е два пъти по-голямо от радиусите на сферичните обеми, приписани на всяка от звездите:

$$r_* = 2R_* = \frac{x}{(\sqrt[3]{N} - 1)} \approx 7 \text{ ly}$$

(Понеже броят на звездите е много малък и те не са разположени като компактна група е ясно, че оценката, която получихме за средното разстояние между звездите, е завишена. Все пак тя дава представа за разстоянията между най-ярките звезди в купа.)

Намираме информация за разстоянията до осемте най-близки до Слънцето звезди. Виждаме, че средното разстояние до тях е около 7.5 ly. Следователно разстоянията между най-ярките звезди в Плеядите е сравнимо с разстоянията между звездите в околностите на Слънчевата система. Плеядите са звезден куп, защото освен тези звезди, към тях принадлежат и стотици други звезди, с по-малки маси и светимости.

Възрастта на Плеядите се оценява на около 115 милиона години. За това време всички мъглявини, останали от образуването на звездите, биха се разсеяли. Мъглявините, които се виждат около най-ярките звезди, не са свързани по произход с Плеядите. Звездният куп случайно преминава през област, богата на разредени газове и прахови мъглявини.

Възможни са и други методи за определяне на средните разстояния между ярките звезди в Плеядите. Примерно, може да се определи средната големина на проекцията на индивидуалните разстояния на звездите (примерно от Алциона до останалите звезди). И след това да се разсъждава как звездите са разпределени в пространството – на разстояние от централната равнина равно на средната проекция или на най-вероятното разстояние от нея. Всички тези методи следва да се приемат и да се оценяват с някакъв брой точки. Приемливи са числени резултати за средното разстояние от 4 ly до 8 ly.

Критерии за оценяване (общо 10 т.):

За написване на имената върху снимката – 1 т.

За посочване на имената на „седемте сестри“ – 1 т.

*За разбиране, че наблюдаваме проекция на разстоянията между звездите – 2 т.
За изграждане на смислен математически метод (модел) за оценка на разстоянията между звездите – 3 т.*

За получаване на числен резултат в посочените граници – 1 т.

За намиране на информация за типичното разстояние между звездите в околностите на Слънчевата система и сравняване с него – 1 т.

За намиране на информация за възрастта на Плеядите и за връзката на мъглявините с купа – 1 т.

5 задача. Лунен изгрев

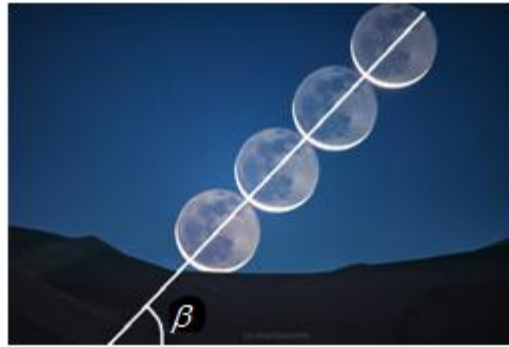
На снимката виждате последователни положения на Луната, заснети малко след нейния изгрев, някъде по Земята.

- А) От кое полукълбо са направени снимките? Каква е приблизителната географска ширина?
- Б) Приблизително в каква фаза е Луната – колко дни са минали или остават до най-близкото във времето новолуние?
- В) През какъв интервал от време са заснети изображенията?
- Г) На снимката се вижда и сияние от тъмната, неогрята от Слънцето половина на Луната – “пепелна светлина”. На какво се дължи то?



Решение:

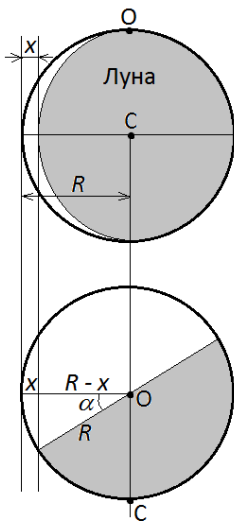
При сравнение с лунна карта виждаме, че на снимката Морето на студа се намира в горната лява част от лунния диск. В тази част е и северният полюс на Луната. Оттук заключаваме, че снимката е направена от северното полукълбо на Земята. До същи извод можем да стигнем и като имаме предвид, че е заснет лунен изгрев и видимият път на Луната по небето е наклонен надясно спрямо хоризонта.



Прекарваме права линия, минаваща през центровете на лунните изображения. Приемаме, че долната страна на снимката е успоредна на хоризонта. Измерваме ъгъла между прекараната от нас права и хоризонта и получаваме $\beta \approx 47^\circ$. Оттук следва, че географската ширина на мястото е:

$$\varphi = 90^\circ - 47^\circ = 43^\circ$$

Луната се вижда като много тънък сърп, обърнат с изпъкналата си страна наляво. Само като гледаме снимката, можем да кажем приблизително, че фазата на Луната е около 1-2 дни преди новолуние. Но можем и да се опитаме да оценим това по-точно. Измерваме внимателно на снимката диаметъра на лунното изображение $2R$ и отсечката x , представляваща ширината на най-широката част от лунния сърп. Получаваме $2R = 22 \text{ mm}$ и $x = 1.1 \text{ mm}$.



На схемата вляво горното изображение показва как изглежда Луната за земния наблюдател, като точката С е центърът на видимата страна на нашия спътник. Долното изображение показва Луната обърната така, както бихме я виждали, ако се намираме над точката О. Луната е във фаза малко преди новолуние. За да настъпи новолуние, трябва терминаторът на Луната да се завърти на ъгъл α , който можем да определим от равенството:

$$\cos \alpha = \frac{R - x}{R}$$

$$\alpha \approx 26^\circ$$

Синодичният лунен месец е $T_{SYN} = 29.53$ денонощия. Времето до настъпването на новолунието тогава ще бъде:

$$t = T_{SYN} \cdot \frac{\alpha}{360^\circ} \approx 2.1 \text{ денонощия}$$

Следователно фазата на Луната е около 2 денонощия преди новолуние.

Вижда се, че за времето между фотографирането на два съседни кадъра, които са насложени върху снимката, Луната е изминавала един свой диаметър при видимото си денонощно движение по небето. Ъгловият диаметър на Луната е $\delta = 0.5^\circ$. Трудно е да се установи каква е била деклинацията на Луната при това наблюдение. Ще приемем, че тя се е намирала на небесния екватор. Видимата ъглова скорост на Луната при денонощното ѝ движение ще бъде:

$$\omega' = \frac{360^\circ}{T_0} - \frac{360^\circ}{T_{SID}}$$

където $T_0 = 23\text{h}56\text{m}$ е звездното денонощие, а $T_{SID} = 27.32$ денонощия е сидеричният лунен месец. Интервалът от време между два кадъра ще бъде:

$$\Delta t = \frac{\delta}{\omega'} \approx 2 \text{ минути}$$

Пепелната светлина се дължи на това, че нощната страна на Луната се осветява от Земята, която за лунния наблюдател ще бъде във фаза, противоположна на наблюдаваната от нас лунна фаза. Това означава, че лунната повърхност ще се огрява от Земята във фаза, близка до „пълноземие“.

Критерии за оценяване (общо 10 т.):

За определяне от кое полукълбо е направена снимката – 2 т.

За определяне на географската ширина на мястото – 2 т.

За определяне на фазата на Луната – 3 т.

Забележка: Измерванията върху изображението на Луната с цел определяне на фазата, са много неточни. Те не дават съществено по-добър резултат от преценката на око. Ако фазата на Луната е определена приблизително, само по вида на лунния сърп, без пресмятания, участникът следва да получи 2 т.

За определяне на интервала между два кадъра – 3 т.

6 задача. Млечният път.



Пред вас е красив нощен пейзаж с Млечния път, който величествено се издига от хоризонта право нагоре в небето.

От какви географски ширини по Земята може да се види Млечният път по този начин? Обяснете вашия отговор.

Решение:

Ние се намираме в диска, или по-точно, в плоската съставяща на нашата Галактика. Северният галактичен полюс има деклинация приблизително 27° . Това означава, че галактичната равнина е наклонена спрямо небесния екватор на ъгъл $90^\circ - 27^\circ = 63^\circ$. На снимката Млечният път е перпендикулярен на хоризонта. Оттук следва първо, че в дадения момент Млечният път минава през зенита за наблюдателя в този пункт и второ, че галактичните полюси са на хоризонта. В зависимост от това можем да подходим към решението по два начина. Първо, деклинацията на небесно светило, намиращо се в зенита за определено място по Земята, е равна на географската ширина на това място. Деклинацията на различни точки от централната линия на Млечния път би трябвало да варира между -63° и $+63^\circ$. Следователно географските пунктове, от които може да се наблюдава в някакъв момент Млечният път перпендикулярно на хоризонта, се намират между 63° северна ширина и 63° южна ширина. Второ, ако галактичните полюси лежат в дадения момент на хоризонта, то те трябва да бъдат изгряващи и залязващи точки от небесната сфера за наблюдател на даденото място. Северният галактичен полюс е незалязващ за места със северна географска ширина, по-висока от 63° . Той е неизгряващ за места с южна географска ширина, по-висока от 63° . Следователно във всички

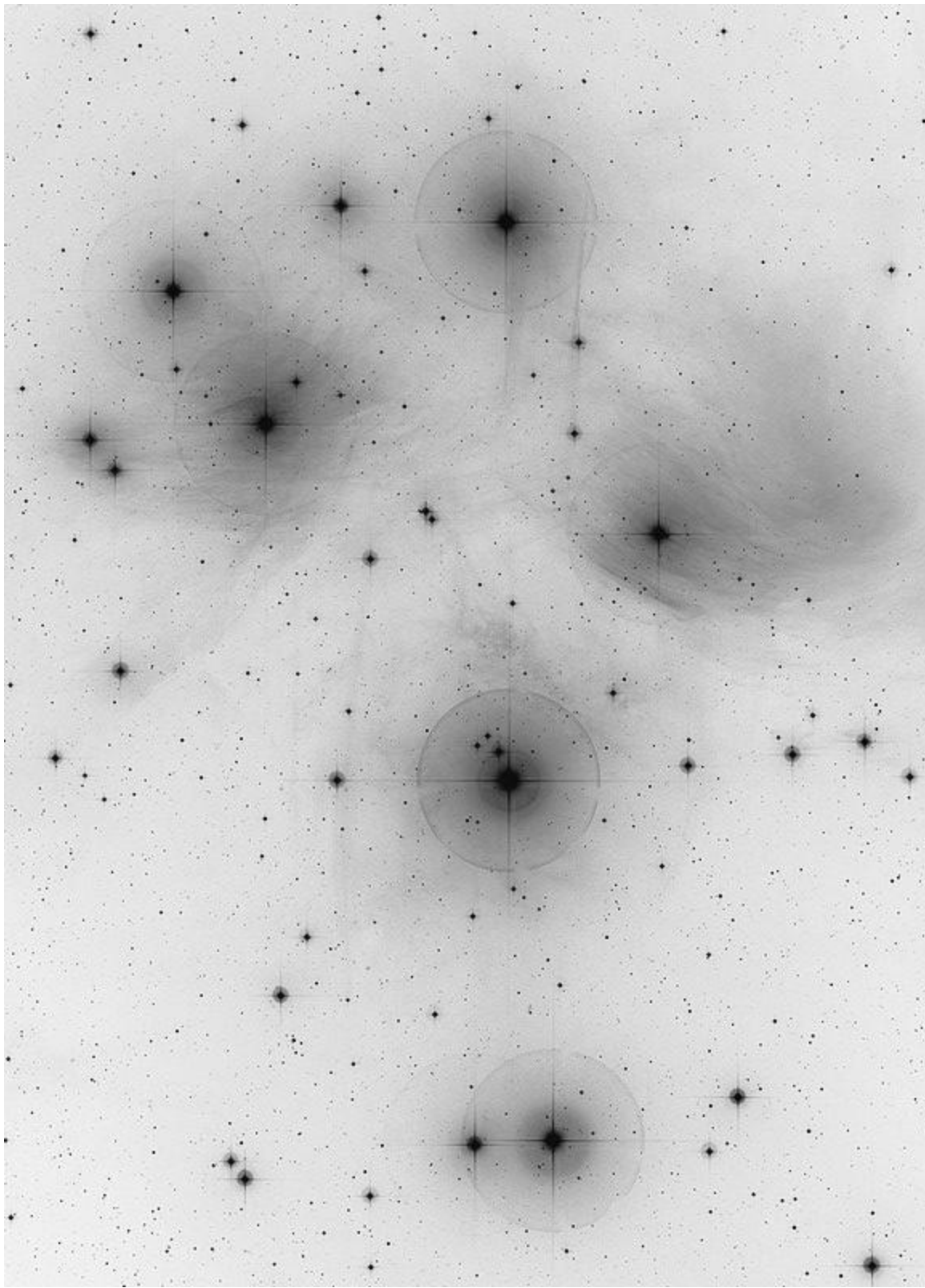
точки по земната повърхност, извън тези две области, Млечният път може да се наблюдава перпендикулярно на хоризонта в дадени моменти от време. А това са областите между 63° северна ширина и 63° южна ширина. (Тук не отчитаме факта, че Слънцето не се намира точно върху централната равнина на галактичния диск, поради което централната линия на Млечния път не представлява точно голям кръг от небесната сфера).

Критерии за оценяване (общо 10 т.):

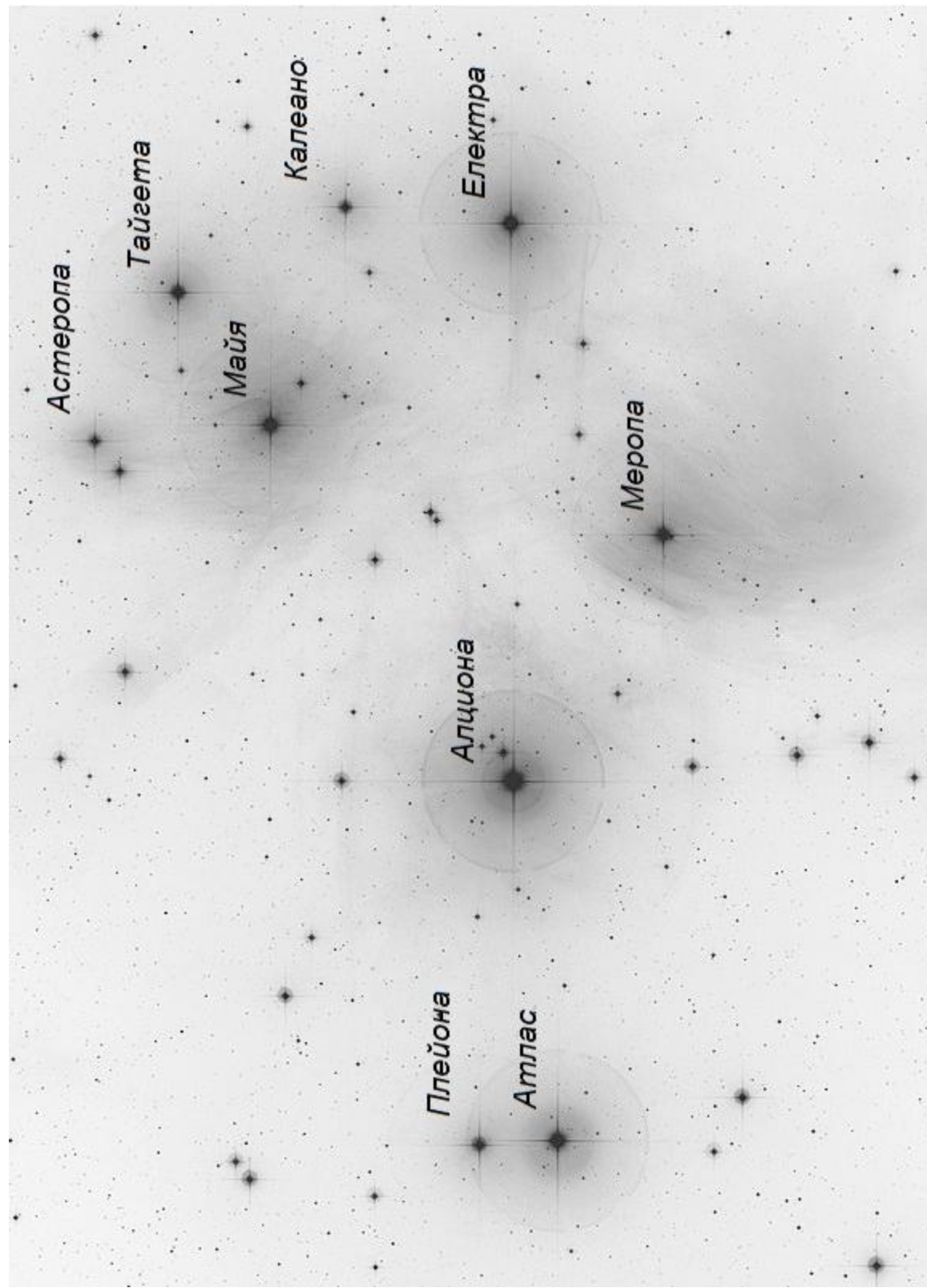
За намиране на информация за разположението на Млечния път спрямо небесния екватор и небесни координати на определени точки – 2 т.

За правилни разсъждения по въпроса, който се задава в задачата – 6 т.

За правилен краен отговор – 2 т.



Плеядите – към задача 3.



Плеядите – към решението на задача 3.